

1. Sea la superficie en $\mathbb{R}^3$ definida por la siguiente ecuación:

$$z = 4 - \sqrt{x^2/4 + y^2/9}$$

- Halle y grafique las curvas de nivel correspondientes a $z = 2$ y $z = 3$. Halle la sección correspondiente a $x = 0$ y la sección correspondiente a $y = 0$.
- Grafique la superficie.
- Calcule la ecuación del plano tangente a la superficie en el punto $(4, 0, 2)$.

2. Sea $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

- Es continua en $(0, 0)$? Justifique.
- Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.
- Estudie la continuidad de las derivadas parciales en $(0, 0)$.
- Analice si f es diferenciable en $(0, 0)$.

3. Un insecto se halla en un medio ambiente tóxico. El nivel de toxicidad esta dado por $T(x, y) = 2x^2 - 4y^2$. Calcule la derivada direccional en el punto $(x, y) = (1, 1)$ en la dirección del vector $v = (1, 2)$. Si el insecto está en $(-1, 2)$, en qué dirección deberá moverse para disminuir lo mas rápido posible su toxicidad? Justifique.

4. a) Dada $f(x, y, z) = (y^2 - 2x, 3x^2 + y, \exp z)$ y $g(u, v) = (e^{\sin(v)} - u, \sin(v), u^2)$, calcule la matriz derivada $D(f \circ g)$ en $(0, 0)$, usando la regla de la cadena. Es posible realizar la composición $g \circ f$? Justifique.

b) Sea $f(x, y) = (\exp(x + y), \exp(x - y))$. Sea $c(t)$ una curva con $c(0) = (0, 0)$ y $c'(0) = (1, 1)$.Cuál es el vector tangente en $t = 0$ a la curva $f(c(t))$?

5. a) Halle y clasifique los puntos críticos de la función $f(x, y) = (x - 1)^2 + (x - y)^2$.
- b) Hallar los valores máximos y mínimos de la función $f(x, y) = \cos(x) + \sin(y)$ en la región $R = [0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$. Justifique.
- c) Diseñe un envase cilíndrico con tapa que contenga un litro de capacidad minimizando la superficie usando el método de multiplicadores de Lagrange. Utilice el criterio de la derivada segunda para verificar que el resultado obtenido es un mínimo.