APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
E-MAIL:	REG. Nº:

1. Dados los $a = 169$ y $b = -143$:

   (a) Hallar el $d = (a, b)$, y expresarlo como combinación lineal de ellos. Calcular $m = [a, b]$

   (b) ¿Existe $x \in \mathbb{Z}$ tal que $169x + 143$ sea múltiplo de 13? Justificar la respuesta.

2. (a) Probar que si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $5a^4 - 5a^2$ es divisible por 60.

   (b) Hallar el menor $q \in \mathbb{N}$ tal que $z = 225 \cdot q \cdot 78$ sea un cubo perfecto.

3. (a) Hallar $Re(z), Im(z), \bar{z}, |z|, Arg(z)$ si $z.\bar{z} = 18, z + \bar{z} = 6$ ¿Es único?

   (b) Resolver: $|-\sqrt{2}i|z^4 + 3\overline{z} + 1 = 3(\overline{2i + z}) + 7i^{23}$

4. (a) Representar en el plano complejo la región determinada por los $z \in \mathbb{C}$ que verifican simultáneamente: $|z| \leq 4$, $Re(\overline{-4i - z}) \geq 3$, $Arg(\sqrt{3}i) < Arg(z^2) \leq \frac{3}{2}\pi$

   (b) Probar que $\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\, i$ es una raíz de la unidad de orden 6. Decir si es raíz primitiva de dicho orden. En caso afirmativo, hallar todas las raíces de orden 8, a partir de la dada, sin usar la fórmula de De Moivre.

   (c) Usando los resultados obtenidos en el inciso a), resolver la ecuación $x^6 - 64 = 0$.

®

   (a) ¿Es cierto que si x es un dígito en base 7, entonces el entero $z = 35x200$ que tambien esta expresado en base 7 es divisible por 49? Justificar su respuesta.

   (b) Dados $a_1, a_2, \cdots, a_n, p \in \mathbb{Z}$ con p primo, demostrar que:

$$\text{Si } p|a_1.a_2.\cdots.a_n \text{ entonces } p|a_i, \text{ para algún } i, \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$

   Ayudita: recordar que todas las demostraciones sobre números naturales se realizan por inducción.

Nro. de hojas entregadas (sin enunciado): **Firmar la última hoja.**

APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
E-MAIL:	REG. Nº:

1. Dados los $a = 143$ y $b = -169$:
   (a) Hallar el $d = (a, b)$, y expresarlo como combinación lineal de ellos. Calcular $m = [a, b]$
   (b) ¿Existe $x \in \mathbb{Z}$ tal que $143x - 169$ sea múltiplo de 13? Justificar la respuesta.

2. (a) Probar que si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $-7a^2 + 7a^4$ es divisible por 84.
   (b) Hallar el menor $q \in \mathbb{N}$ tal que $z = 195 \cdot q \cdot 90$ sea un cubo perfecto.

3. (a) Hallar $Re(z), Im(z), \bar{z}, |z|, Arg(z)$ si $z.\bar{z} = 18, z - \bar{z} = 6i$ ¿Es único?
   (b) Resolver: $|-\sqrt{2}i|z^4 + 3\overline{z} - 1 = -3(\overline{2i + z}) + 7i^{23}$

4. (a) Representar en el plano complejo la región determinada por los $z \in \mathbb{C}$ que verifican simultáneamente: $|z| \leq 3$, $Re(\overline{-4i + z}) \geq 2$, $\frac{\pi}{2} < Arg(z^2) \leq Arg(-33i)$
   (b) Probar que $\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\, i$ es una raíz de la unidad de orden 6. Decir si es raíz primitiva de dicho orden. En caso afirmativo, hallar todas las raíces de orden 8, a partir de la dada, sin usar la fórmula de De Moivre.
   (c) Usando los resultados obtenidos en el inciso a), resolver la ecuación $x^6 - 729 = 0$.

®
   (a) ¿Es cierto que si x es un dígito en base 7, entonces el entero $z = 35x200$ que tambien esta expresado en base 7 es divisible por 49? Justificar su respuesta.
   (b) Dados $a_1, a_2, \cdots, a_n, p \in \mathbb{Z}$ con p primo, demostrar que:

$$\text{Si } p|a_1.a_2.\cdots.a_n \text{ entonces } p|a_i, \text{ para algún } i, \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$

   Ayudita: recordar que todas las demostraciones sobre números naturales se realizan por inducción.

Nro. de hojas entregadas (sin enunciado): **Firmar la última hoja.**