

Contenido

Resumen Hormigón II	4
Capítulo 1: Consideraciones generales.....	4
Aspectos generales y seguridad.....	4
Procedimiento de diseño.....	4
Estados límites en diseño.....	4
Cargas	6
Variabilidad de cargas y resistencia	6
Seguridad estructural	6
Terminología y anotación.....	8
Proyecto y cálculo de estructuras de H°A°.....	9
Elementos constitutivos de una estructura de H°A°	9
Proyecto estructural	11
Cálculo de la estructura	11
Análisis de cargas en estructuras de H°A°	13
Capítulo 2: Flexión	16
Clase 1: Comportamiento a flexión de una sección rectangular	16
Teoría de flexión para H°A°	17
Comienzo de la fisuración	19
Simplificación de la teoría de flexión.....	22
Análisis del momento nominal resistente.....	24
Definición de secciones balanceadas.....	25
Tracción y compresión controlada	26
Secciones controladas por tracción y controladas por compresión	27
Límites superiores en vigas armadas	29
Clase 2: Planteo de ecuaciones para vigas simplemente armadas.....	30
Armadura sin verificación de deformaciones.....	32
Vigas con armaduras de compresión	33
Análisis del momento nominal resistente.....	34
Clase 3: Análisis de vigas placas	37
Análisis del momento nominal en vigas placas para secciones con momento positivo	39
Capítulo 3: Análisis y cálculo de losas de hormigón armado	41
Cargas actuantes	42
Clasificación	42

Predimensionado de espesores	43
CIRSOC 201/2005.....	43
Cálculo de las solicitaciones en losas armadas en dos direcciones	46
Método elástico	46
Métodos aproximados	46
Método Plástico o de las líneas de rotura	46
Desarrollo del método elástico o exacto.....	46
Desarrollo del método de Marcus (Loser) para el cálculo de losas cruzadas.....	48
ACI 318- Método 1 del Building Code Requirements.....	50
Cálculo de armaduras de la losa	52
Losas armadas en una dirección	53
Losas nervuradas	55
Continuidad de losas.....	55
Plastificación de momentos	57
Capítulo 4: Corte	59
Tensión Diagonal en vigas elásticas homogéneas.....	59
Flexión en viga subarmada sin refuerzo de armadura de corte	59
Comportamiento de vigas elásticas: Estado I	60
Comportamiento de vigas fisuradas: Estado II.....	61
Viga sin armadura de corte.....	62
Viga sin armadura de corte: Mecanismo de Resistencia. Contribución del H°	63
Decalaje	65
Vigas con armadura de corte	65
Analogía del reticulado de Ritter Morsch	67
Resistencia al corte aportada por la armadura de estribos y barras dobladas.....	68
Tensión en bielas comprimidas	69
Diseño al corte según Cirsoc 201/2005	69
Determinación de zonas de corte.....	71
Tipos de armaduras.....	72
Resumiendo: pasos para dimensionar una viga al corte	73
Capítulo 5: Torsión.....	77
Dimensionado a torsión según Cirsoc 201/05	81
Verificación de las dimensiones de la sección transversal	81
Determinación de las armaduras por torsión	81

Pasos a seguir para el dimensionado de un elemento sometido a flexión, torsión y corte. Resumen.	82
Capítulo 6: Columnas Cortas.....	83
Flexión con fuerza axial de gran excentricidad.....	83
Columnas.....	84
Compresión centrada.....	85
Flexión compuesta recta (compresión dominante+ flexión).....	85
Cuantías mínimas y máximas.....	88
Columnas mínimas y detalle de armaduras.....	88
Armadura transversal: estribos.....	88
Flexión compuesta oblicua.....	89
Cuantía mínima en compresión excéntrica recta.....	91
Capítulo 7: Pandeo.....	91
Conceptos estructurales.....	91
Definición de esbeltez.....	91
Estructuras desplazables y no desplazables.....	94
Tipos de falla.....	95
Influencia de las deformaciones.....	95
Columnas en compresión más flexión con nudos indesplazables/ nonsway.....	96
Proceso de dimensionado.....	97
Método de amplificación de momentos- Pórtico Indesplazable.....	97
Pórticos desplazables.....	101
Capítulo 8: Bases.....	103
Factores de elección.....	104
Bases aisladas centradas.....	105
Bases aisladas excéntricas.....	109
Bases aisladas excéntricas con tensor.....	110
Viga Cantilever.....	111
Doble viga Cantilever.....	113
Longitud elástica- Vigas rígidas o flexibles.....	113
Bases combinadas.....	114
Base continua.....	115
Plateas o losas de cimentación.....	115
Cimentaciones profundas: pilotes.....	117

Resumen Hormigón II

Capítulo 1: Consideraciones generales

Aspectos generales y seguridad

Una estructura debe satisfacer 4 criterios:

- 1- Adecuación: debe adaptarse a su entorno y ser estéticamente agradable.
- 2- Economía: costo < presupuesto del cliente, no dejando por ello la seguridad de la misma. La estructura debe ser simple, armoniosa y de fácil construcción.
- 3- Adecuación estructural: abarca dos aspectos
 - 3.1- la estructura debe ser lo suficientemente fuerte como para soportar todas las cargas previamente analizadas con seguridad.
 - 3.2- no debe deformarse, inclinarse, vibrar o romper de una manera que afecte su utilidad o funcionalidad.
- 4- Capacidad de mantenimiento: debe ser el mínimo posible.

Procedimiento de diseño

Es un proceso de toma de decisiones secuenciales e iterativas. Las tres fases principales son:

- 1- Definición de las prioridades y necesidades del cliente: es importante que el propietario/ usuario, participe en la determinación de los atributos del edificio. Esto incluye requisitos funcionales, estéticos y necesidades presupuestarias (costo inicial, construcción rápida para temprana ocupación, mantenimiento, etc.).
- 2- Desarrollo del concepto de proyecto: basado en las necesidades y prioridades del cliente, se desarrollan posibles diseños y se estiman costos. ¿Cómo estimamos costos en esta etapa? Se selecciona el concepto de estructura general y se realizan planteos preliminares de esfuerzos externos para ver si las secciones que manejamos son adecuadas para tales esfuerzos. Obviamente ganará la propuesta que más le guste al cliente, y este dentro del presupuesto. Generalmente, las estructuras de geometría simple y detalles que puedan repetirse idénticamente a lo largo de la construcción, son las más rentables.
- 3- Diseño de las secciones: finalizado el anteproyecto general, se puede realizar un análisis estructural para determinar los esfuerzos. En función de éstos, diseñamos las secciones. Los esfuerzos externos se determinan por análisis estructural y las secciones se diseñan por separado para cada esfuerzo externo calculado.

DISEÑAR= PROYECTAR
+ CALCULAR



Estados límites en diseño

Un estado límite es aquel en el cual un elemento de la estructura se convierte en no apto para su uso. Los estados límites para estructuras de H°A° se pueden dividir en 3 grupos:

- 1- Estados límites últimos: implican el colapso estructural (total o parcial). Este estado debe tener baja probabilidad de ocurrencia. Los principales son:

- 1.2- Pérdida del equilibrio de una parte o de la totalidad de la estructura como cuerpo rígido (vuelvo o deslizamiento que se produce cuando no se desarrollan las reacciones necesarias para el equilibrio).
- 1.3- Rotura de partes críticas de la estructura (secciones).
- 1.4- Colapso progresivo: una sobrecarga en uno de los miembros puede causar que la pieza colapse o se forme una rótula, y si la estructura es isostática, va a fallar. Si la estructura es hiperestática, la actuación de la carga en ese miembro donde se generó la rótula se transfiere a los miembros adyacentes, que pueden sobrecargarse y fallar, causando que estos a su vez arrojen sus cargas a los miembros adyacentes. Esta cadena en la distribución de carga puede generar un sistema hipostático por la alineación de rótulas, y puede colapsar la estructura. Una estructura tiene integridad estructural general si resiste al colapso progresivo.
- 1.5- Formación de un mecanismo plástico
- 1.6- Inestabilidad por deformaciones (pandeo).
- 1.7- Fatiga: colapso por acción de tensiones provocadas por ciclos repetidos.
- 2- *Estados límites de servicio*: implican la interrupción del uso funcional de la estructura, pero la misma no se derrumbará. Se admite una probabilidad de ocurrencia un poco mayor comparado con el caso anterior. Algunos son:
 - 2.1- Deformaciones excesivas para el servicio normal: puede causar el daño de elementos no estructurales, situaciones visualmente no aceptables o una redistribución de las fuerzas, hasta incluso el colapso de algún miembro.
 - 2.2- Fisuración excesiva: además de que pueden resultar antiestéticas, pueden permitir entradas de agua a la masa de H° a través de las grietas, provocando la corrosión de armaduras y deterioro gradual del H°. Si bien el H° debe fisurarse antes de que el A° funcione con eficacia, es posible detallar la armadura necesaria para minimizar el ancho de estas fisuras. Para el caso de tanques de agua, el estado límite del ancho de la grieta es de igual importancia que cualquiera de los estados límites últimos vistos anteriormente.
 - 2.3- Vibraciones indeseables.
Para este estado límite corresponden verificaciones en servicio, es decir, con cargas SIN mayorar.
- 3- *Estados límites especiales*: implican daños o fallas debido a condiciones anormales o cargas anormales. Pueden ser:
 - 3.1- Daños o colapso por efecto de terremotos externos.
 - 3.2- Daños estructurales de incendios, explosiones o colisiones vehiculares.
 - 3.3- Corrosión o deterioro.
 - 3.4- Inestabilidad a largo plazo física o química.

El ingeniero estructuralista debe desarrollar estructuras seguras tanto para las condiciones de servicio como para los estados límites últimos durante todo su período de vida útil.

El proceso de diseño es:

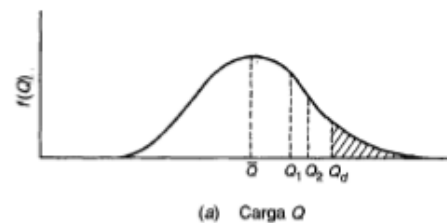
En base a los estados límites últimos, se verifica el H° comprimido y se dimensiona la armadura. Luego se verifican los estados límites de servicio (deformación, fisuración).

Cargas

- 1- Cargas muertas: se mantienen constantes en magnitud y posición dentro de la estructura durante toda su vida útil. La más importante suele ser el peso propio. También están la de contrapiso, revoques, paredes, equipos, etc.
- 2- Cargas vivas: son las cargas para las cuales se construye el edificio, y varían con el destino de la estructura. Su posición es variable y sus máximas intensidades a lo largo de la vida útil de la estructura pueden no conocerse con precisión. Las cargas vivas mínimas que deben tomarse para el diseño de una estructura se especifican en los códigos de construcción (CIRSOC 101 en Arg). Las cargas que figuran en el código son los máximos esperados y exceden considerablemente los valores promedios. Suelen ser distribuidas. En el caso de grandes superficies, el CIRSOC contempla una reducción de la carga viva, ya que es poco probable que toda el área se encuentre completamente cargada.
- 3- Cargas ambientales: nieve, viento, cargas sísmicas, presiones de suelos, cambios de temperatura, etc.

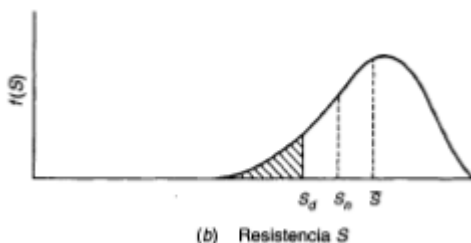
Variabilidad de cargas y resistencia

Como no podemos saber con exactitud cuál será el valor de carga máxima que ocurrirá en la estructura, puede considerarse a la carga como una variable aleatoria. Un modelo de probabilidad para la carga máxima puede deducirse a partir de una función de densidad probabilística para cargas.



La única manera de determinar esa curva para una carga en particular, es a través de datos estadísticos obtenidos mediante mediciones a gran escala. Para aquellas cargas de las que aún no hay datos, se debe recurrir a información confiable basada en la experiencia, observación y criterio. Por ejemplo, el área bajo la curva comprendida entre Q_1 y Q_2 , representa la probabilidad de que ocurra una carga de magnitud $Q_1 < Q < Q_2$. Para un diseño conservador, se usará una magnitud de carga Q_d .

Podemos decir que la resistencia de una estructura depende de la resistencia de los materiales que la conforman y como las resistencias reales de estos materiales tampoco se pueden conocer con precisión, la resistencia es una variable aleatoria al igual que la carga. Como en el caso de las cargas, puede conocerse la curva de la resistencia a partir de datos conocidos estadísticos sobre resistencia real de materiales y elementos.



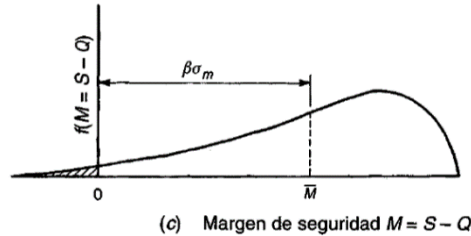
La resistencia además depende de la dirección e inspección de obra, del tamaño de los elementos, de si las armaduras se encuentran alejadas de su posición, mal colado o curado del H° , etc.

Seguridad estructural

Una estructura tiene un margen de seguridad M si

$$M = S - Q > 0$$

La resistencia S de la estructura debe ser mayor que las cargas Q que actúan sobre ella. Dado que S y Q son variables aleatorias, M también lo es. La falla ocurrirá cuando $M < 0$. En el gráfico es el área sombreada es la probabilidad de que la estructura falle, y la llamaremos P_f .



- \bar{M} = valor medio de M .
- σ_m = desviación estándar.
- $\beta = \bar{M}/\sigma_m$ = índice de seguridad.

Si la distribución se desplaza hacia la derecha aumentando la resistencia, \bar{M} se hace más grande, por lo que β aumenta y disminuye P_f . Por lo tanto, P_f es función de β .

Si por ejemplo se toma un valor de $\beta=3.5$, vamos a tener 1 de cada 10.000 miembros estructurales diseñados sobre la base que fallen debido a carga excesiva o a problemas de resistencia durante su vida útil ($P_f=1.1 \times 10^{-4}$). Los valores de P_f (y por lo tanto de β) son elegidos teniendo en cuenta las consecuencias de falla. Se toma entre 3 y 3.5 para fallas dúctiles con consecuencias medias y entre 3.5 y 4 para fallas repentinas con consecuencias graves.

Como las resistencias y las cargas varían de manera independiente, conviene disponer factores que contemplen la variabilidad de las resistencias por un lado (llamados Φ), y factores que contemplen la variabilidad de las cargas por el otro (denominados α).

Para permitir la posibilidad de que las resistencias fueran menores que las proyectadas o los efectos de las cargas mayores que los calculados, se introducen $\Phi < 1$ y $\alpha > 1$.

$$\Phi R_n \geq \alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2 + \dots$$

- R_n = resistencia nominal.
- S = efectos que las cargas especificadas producen.

Si tomamos por ejemplo un efecto de momento:

$$\Phi_M M_n \geq \alpha_D M_D + \alpha_L M_L + \dots$$

- M_n = momento nominal. La palabra nominal implica que este momento es un valor calculado basado en el H° especificado, resistencias de acero y las dimensiones indicadas en los planos.
- M_D y M_L son los momentos de flexión (efectos de carga) debido a las especificadas carga muerta y carga viva respectivamente.
- Φ_M es un factor de reducción de resistencia por el esfuerzo momento.
- α_D y α_L son factores de carga muerta y viva, respectivamente.

De la misma manera, pueden escribirse para el corte V y la fuerza axial P

$$\Phi_V V_n \geq \alpha_D V_D + \alpha_L V_L + \dots$$

$$\Phi_P P_n \geq \alpha_D P_D + \alpha_L P_L + \dots$$

Terminología y anotación

Siempre \rightarrow Resistencias \geq Efectos de cargas. Esta es la ecuación de diseño básico de Estados límite. En el ACI, se usa U para referirse a la combinación $\alpha_D D + \alpha_L L + \dots$, y esta combinación se conoce como “cargas factorizadas”. Los símbolos M_U , V_U y P_U se refieren a los efectos de las cargas factorizadas.

La resistencia nominal reducida o resistencia de diseño, es la resistencia nominal multiplicada por un factor de reducción de resistencia, y la ecuación de diseño es:

$$\Phi M_n \geq M_u \qquad \Phi V_n \geq V_u$$

Combinaciones de carga

Miembros estructurales en edificios que no estén sometidos a importantes fuerzas de viento o sismo $\rightarrow U = 1.4 D$

Para combinaciones de carga incluyendo el peso muerto, carga viva y cargas de azotea:

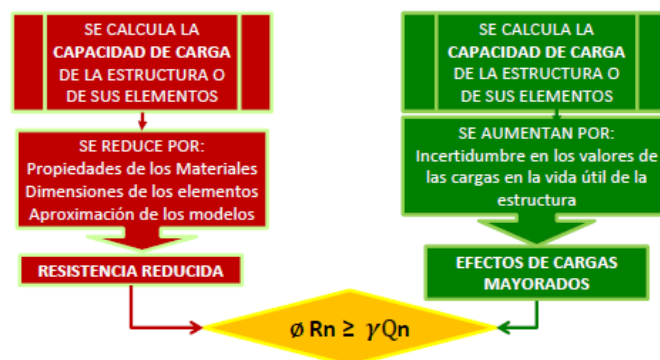
$$U = 1.2 D + 1.6 L + 0.5 (L_r \text{ o } S \text{ o } R)$$

L_r es la carga viva de techo. R es lluvia y S es nieve. Los términos de esta ecuación pueden ser cargas directas, como cargas distribuidas o efectos, por ejemplo, momentos y cortes causados por las cargas dadas.

Seguridad estructural

Hay 3 razones principales del porqué de los factores de cargas/resistencias que se emplean en el cálculo de una estructura:

- 1- Variabilidad de resistencia
- 2- Variabilidad de carga
- 3- Consecuencias de la falla: es necesario considerar un número de factores subjetivos en la determinación de un nivel aceptable de seguridad para una particular clase de estructura. Incluyen la pérdida potencial de vida, el costo para la sociedad del tiempo perdido, el tipo de error y la advertencia de la falla y existencia de caminos alternativos de carga, el costo directo de despejar los escombros y reemplazar la estructura.



Φ factor de reducción < 1 ; γ factor de mayoración > 1

Proyecto y cálculo de estructuras de H°A°

Una estructura puede concebirse como un conjunto de partes o componentes que se combinan en forma ordenada para cumplir una función dada, la que puede ser, salvar un claro (puente) encerrar un espacio (edificio) contener un empuje (tanques o silos). La estructura debe ser capaz de transmitir las cargas desde el espacio a un apoyo natural resistente dentro de ciertas condiciones límites de seguridad a rotura, de fisuración y de deformaciones, compatibles con su destino. Además, el costo debe encontrarse dentro de valores convenientes y debe cumplir con ciertas exigencias estéticas.

Cuando los problemas de diseño se contemplan en toda su complejidad, se puede afirmar que no hay una única solución, sino una solución razonable.

Características de las estructuras de H°A°

Algunas de las ventajas son:

- Versatilidad de las formas: como se coloca en estado fluido, puede adaptarse a una amplia variedad de formas arquitectónicas y funcionales.
- Durabilidad: si la protección del A° es la adecuada, la vida útil de estas piezas es muy larga, incluso bajo condiciones climáticas ambientales muy desfavorables, y además el costo de conservación es muy bajo.
- Resistencia al fuego
- Velocidad de construcción. Si bien el montaje de piezas metálicas es rápido, si contamos el tiempo desde su fabricación en taller, el H° tarda menos que el A°.
- Costo: al menos en Arg, es más barato que el acero.
- Disponibilidad de materiales y mano de obra.

Desventajas

- Secciones mucho mayores en comparación con las de una estructura metálica. Al ser mayores, también son más pesadas.
- En planta baja la funcionalidad y la estética se encuentran comprometidas por la necesidad de columnas de gran tamaño.
- Existencia de fisuras
- Requiere de encofrados y apuntalamiento.
- Baja resistencia por unidad de volumen.
- Dispersión de resultados.
- Comportamiento variable con el tiempo, la temperatura, velocidad de aplicación de las cargas, etc.

Elementos constitutivos de una estructura de H°A°

De acuerdo a las características geométricas y las solicitaciones de cada una de esas piezas, podemos agrupar los miembros estructurales en:

Elementos lineales

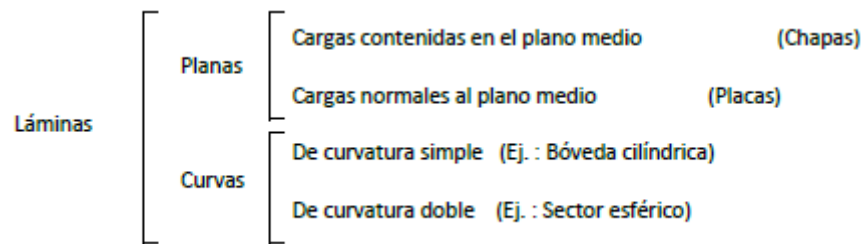
Son aquellos en los que una de las dimensiones predomina por sobre los dos restantes. Se denominan barras y de acuerdo con su ubicación, función o solicitación pueden llamarse:

<i>Elementos lineales</i>		
<i>Miembro</i>	<i>Dirección</i>	<i>Solicitación</i>

Columna	Vertical	Compresión axil
Puntales	Inclinada	Compresión axil
Tensores	Variable	Tracción axil
Vigas	Horizontal	Flexión y corte
Travesaños	Horizontal (constitutivas de un pórtico)	Flexo compresión y flexo tracción y corte.
Parantes	Vertical (constitutivas de un pórtico)	Compresión dominante y corte

Elementos superficiales

Son aquellos en los que la dimensión normal a la superficie media (espesor) es mucho más pequeña que las otras 2. Se pueden clasificar en:



Las placas se encuentran sometidas a flexión y corte, y en algunos casos torsión. Dentro de este grupo se encuentran las losas, que son placas cuyo plano medio es generalmente horizontal, y cuyos bordes de sustentación se apoyan sobre vigas o tabiques de H° o mampostería en toda su longitud.

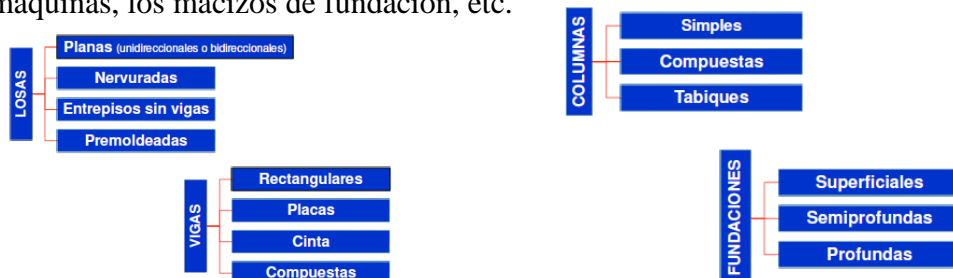
Los entrepisos sin vigas, son placas cuyo plano también es horizontal pero cuya sustentación es puntual efectuándose directamente a través de columnas.

Las chapas, son elementos laminares cargados en su plano medio, donde las cargas pueden actuar en su borde inferior o superior a lo largo de una línea. Dentro de las chapas, tenemos vigas de gran altura o vigas pared, que son aquellas chapas que presentan una relación altura/ luz libre > 0.5. Este tipo de elemento estructural es típico de paredes de tanques de reserva rectangulares.

Hay láminas que trabajan como placa y como chapa simultáneamente, es el caso por ejemplo de las paredes de silos, la combinación de entrepisos y tabiques o las estructuras plegadas (estructuras cuya conformación se obtiene uniendo láminas placas con un determinado ángulo).

Elementos volumétricos

En este grupo, los elementos no tienen una dimensión que prevalezca sobre la otra, las tres son importantes y deben ser consideradas en su análisis. Su sollicitación puede ser diversa. Algunos ejemplos son las bases de fundación de un edificio, las fundaciones de máquinas, los macizos de fundación, etc.



Proyecto estructural

Sabemos que no existe un método que permita en forma automática arribar a la elección de un determinado esquema estructural adecuado para cada caso. Por lo tanto, una vez reunidos todos los datos necesarios del problema para realizar la tarea, debemos, mediante sucesivos tanteos, encarar la búsqueda de la solución. Tendremos muchas soluciones posibles, y luego deberemos adoptar la más conveniente por satisfacer los requisitos fundamentales y en la mejor manera posible los secundarios, siempre sin descuidar el problema económico y la materialización de su ejecución.

La etapa de la concepción estructural es estrictamente individual y solo se puede ofrecer a quien se inicia en este tipo de actividades, una serie de ideas generales o principios que cada uno irá completando y perfeccionando mediante una adecuada gimnasia como proyectista a través de diferentes trabajos, acuñando su propio “criterio profesional”.

La estructura deberá cumplir una serie de condiciones:

- Condiciones de cumplimiento imprescindible: se incluyen todas las disposiciones reglamentarias como dimensiones mínimas, cuantías máximas y mínimas, relación de luces para losas cruzadas, imposiciones arquitectónicas del proyecto.
- Condiciones de cumplimiento en el mayor grado posible: por ejemplo, bajar losas en locales sanitarios o en el sector de ellos por donde pasan cañerías, para no obligarnos a grandes espesores de contrapiso en todo el resto de la planta, evitar la aparición de elementos estructurales en lugares muy visibles, como pueden ser vigas salientes de paredes en locales, o columnas que no se ubiquen en esquinas.
- Condiciones de cumplimiento deseable: no aparición de elementos estructurales en lugares cuya presencia no fue prevista, facilitar el trabajo de otros rubros, simplificar la ejecución al máximo, siempre adaptándose a la mano de obra del lugar, el clima de la zona y la obtención de los materiales.

Consejo: en la medida de lo posible, siempre tratar de cubrir locales con una losa única, llevar las vigas por las líneas de las paredes divisorias de locales de manera de evitar tener que hacerlas invertidas o tener que colocar posteriormente cielorrasos suspendidos. Ubicar columnas en los cruces de paredes, darles continuidad vertical para favorecer al comportamiento tensional de la estructura, tener bases centradas, etc.

Cálculo de la estructura

Básicamente, el cálculo se basa en la comparación entre los esfuerzos que solicitan la estructura y las posibilidades de resistirlos que la misma ofrece. En obras de H°A°, dichas posibilidades deben analizarse desde 3 puntos de vista:

- 1- Que la estructura sea solicitada por esfuerzos menores a los que provocarían la rotura de las piezas constitutivas.
- 2- Que las deformaciones de los elementos estructurales no vuelvan la edificación inestable, no afecten en su funcionamiento o no comprometan a otros elementos (estructurales o no).
- 3- Que el agrietamiento no sea excesivo como para dañar la eficacia o la seguridad (recordemos que el agrietamiento del H°A° es indefectible).

La función estructural no es solo soportar cargas, sino también impedir que sus elementos constitutivos sean desalojados de la posición asignada cuando actúan agentes externos, y

que la abertura de las fisuras no sobrepase determinados valores fijados por el peligro de corrosión de las armaduras.

Resumiendo, los pasos en el cálculo de una estructura de H°A° son:

- 1- Determinación de solicitaciones exteriores.
- 2- Dimensionado de las secciones.
- 3- Verificación de las deformaciones.
- 4- Control del estado de fisuración bajo cargas de servicio.

Itinerario de cargas

Generalmente es: personas, muebles, solados, cielorrasos, elementos de cerramiento que cargan directamente sobre losas. Estas apoyan sobre vigas, que a su vez pueden recibir cargas de paredes o de otras vigas, para descargar sobre columnas, que por medio de las bases de cimentación transmiten sus cargas al terreno natural. Si bien resulta práctico para facilitar el cálculo, pensar a la estructura como un todo integrado por piezas que actúan unas sobre otras, no debemos olvidar que estamos trabajando con un todo único.

Idealización de la estructura

Para calcular los esfuerzos que solicitarán la estructura, es necesario idealizar la estructura real, modelando sus partes en esquemas que permitan hacer adorable el problema en cuestión. Dichos esquemas se llaman modelos matemáticos.

Así, elementos tridimensionales, son representados por líneas rectas, los apoyos se consideran articulados, rígidos o deslizantes, las cargas que se hallan distribuidas sobre una superficie finita, son supuestas como concentradas, y pórticos que en realidad son tridimensionales y que interaccionan con otros pórticos, se esquematizan como si actuaran de manera independiente.

Las estructuras de H°A° resultan monolíticas con alto grado de hiperestaticidad y conformación espacial, por lo tanto, la deformación en una pieza, se transmitirá al resto de las piezas (la magnitud irá decreciendo al aumentar la distancia a la pieza cargada). Por lo tanto, en este tipo de estructuras, la deformada de cada pieza dependerá de la carga y de los giros extremos, que a su vez vienen determinados por la deformación de las piezas contiguas unidas rígidamente a la primera.

Para determinar entonces los momentos flectores y los esfuerzos de corte que solicitan a una estructura de este tipo, se debe tener en cuenta el efecto de la continuidad en los nudos.

Para el cálculo de las solicitaciones, es necesario también recurrir a hipótesis simplificativas, tanto para la evaluación y distribución como para establecer las condiciones de vínculo, o para calcular las relaciones de rigidez entre las diferentes partes de la estructura (en el caso de un hiperestático).

Solicitaciones

A parte de las solicitaciones exteriores, existen solicitaciones originadas en esfuerzos internos provocados por restricciones externas a la libre deformación. Se tiene entonces:

- Fuerzas inducidas externas que actúan sobre la estructura como consecuencia de restricciones a su libre deformación. Estas solicitaciones originan reacciones de apoyo y esfuerzos internos y son función de la rigidez del sistema.
- Fuerzas inducidas internas, que NO originan reacciones de vínculo y si estados propios de tensiones, como por ejemplo las diferencias de temperatura en elementos de gran espesor. estos estados de tensión afectan a la capacidad portante de la estructura.

Seguridad

El objeto de la verificación de la seguridad de las estructuras es garantizar

- 1- Suficiente resistencia y estabilidad.
- 2- Adecuada capacidad de uso para el destino proyectado.
- 3- Durabilidad satisfactoria.

Una estructura será segura cuando la misma sea capaz de resistir los ataques y solicitaciones con un margen satisfactorio respecto a la situación de colapso. El coeficiente de seguridad en lo que hace a la capacidad de carga y estabilidad, debe cubrir un gran número de inseguridades, como, por ejemplo:

- 1- Inexactitudes por errores en las hipótesis de cargas.
- 2- Estimación deficiente de las tensiones reales en el cálculo y dimensionado.
- 3- Apartamiento del esquema estático adoptado con respecto al real (sobre todo respecto al grado relativo de empotramiento de los elementos entre sí).
- 4- Diferencias en el comportamiento de los materiales y de las estructuras respecto de las variaciones $\varepsilon - \sigma$ adoptadas.
- 5- Limitación del cálculo a sistemas planos, despreciando la influencia de las tensiones espaciales.
- 6- Inexactitudes de cálculo y errores moderados.
- 7- Estimación de errores de las secciones críticas para el dimensionado.
- 8- Hipótesis y consideraciones defectuosas relativas a pandeo.
- 9- Efectos despreciados involuntariamente o a sabiendas (variación de temperatura, fluencia y retracción de fragüe, deformaciones, etc.).
- 10- Ubicación de armadura errónea.
- 11- Corrosión en el hormigón y el acero.

La magnitud del coeficiente de seguridad se elige según sea el tipo de colapso (dúctil o frágil).

La seguridad requerida debe verificarse en las secciones críticas mediante los esfuerzos característicos M_f, V, Q, M_t y N , que se determinan mediante un cálculo estático partiendo de las cargas de servicio q_d, q_l y/o P que actúan sobre la estructura.

Análisis de cargas en estructuras de H°A°

Las determinaciones de las cargas que afectan a una estructura siempre deben hacerse con cierto margen de seguridad, ya que no es posible conocer con exactitud su valor y de que manera actuarán. Es por ello, que deben establecerse criterios para su determinación que permitan tener siempre algún margen de seguridad.

Definición de las acciones de diseño

Generalmente, el CIRSOC 201 reconoce:

- Cargas muertas o permanentes (D)
- Sobrecargas de uso o cargas vivas (L)
- Fuerzas de viento (W): su influencia es importante en las cubiertas de techos de los edificios. Estas cargas son consideradas como fuerzas horizontales aplicadas en el edificio, según sean las direcciones del viento correspondientes. En el CIRSOC 102 están detalladas las metodologías y consideraciones a tener en cuenta para el análisis de W.
- Fuerzas sísmicas (E): son consideradas en estructuras ubicadas en zonas de riesgo sísmico. El método más usado para determinar E, es el de las fuerzas horizontales equivalentes. Se determina la llamada fuerza sísmica total, expresada como un esfuerzo de corte en la base del edificio. Dicha fuerza es función de la masa total del edificio y del coeficiente sísmico (es una aceleración expresada como % de la aceleración de la gravedad). Luego, la fuerza total en la base del edificio, debe distribuirse en la altura del mismo, para lo cual se suele adoptar la forma de triángulo invertido. El reglamento a cargo de los temas sísmicos es el 103.
- Otras cargas: nieve, hielo, lluvia, impactos, efectos por contracción o expansión, fluencia lenta de los materiales, etc.

Combinación y mayoración de acciones

Según la condición básica de diseño,

$$R_d = \Phi R_n \geq U$$

La resistencia requerida U debe ser mayor o igual a la resistencia de diseño, que a su vez es igual a la resistencia nominal multiplicada por un factor de resistencia <1. U será el resultado de una mayoración y combinación de los diferentes tipos de cargas (o de las sollicitaciones que estas cargas generan). Es decir que, U puede determinarse combinando y mayorando momentos, cortes, axiles, torsores, etc.

El CIRSOC 201 exige que, para estados que no incluyen sismos, se analicen las siguientes combinaciones de efectos de cargas y/o acciones mayoradas:

$$U = 1.4 \cdot (D + F)$$

$$U = 1.2 \cdot (D + F + T) + 1.6 \cdot (L + H) + 0.5 \cdot (L, \text{ ó } S \text{ ó } R)$$

$$U = 1.2 \cdot D + 1.6 \cdot (L, \text{ ó } S \text{ ó } R) + (f_1 \cdot L \text{ ó } 0.8 \cdot W)$$

$$U = 1.2 \cdot D + 1.6 \cdot L + f_1 \cdot L + 0.5 \cdot (L, \text{ ó } S \text{ ó } R)$$

$$U = 0.9 \cdot D + 1.6 \cdot W + 1.6 \cdot H$$

Para la gran mayoría de los casos, vamos a usar las 2 combinaciones que siguen:

$$U = 1.4 \cdot D$$

$$U = 1.2 \cdot D + 1.6 \cdot L$$

Y en aquellos casos que también haya que contemplar el efecto del viento:

$$U = 1.2 \cdot D + 1.6 \cdot L + 0.8 \cdot W$$

$$U = 1.2 \cdot D + 1.0 \cdot L + 1.6 \cdot W$$

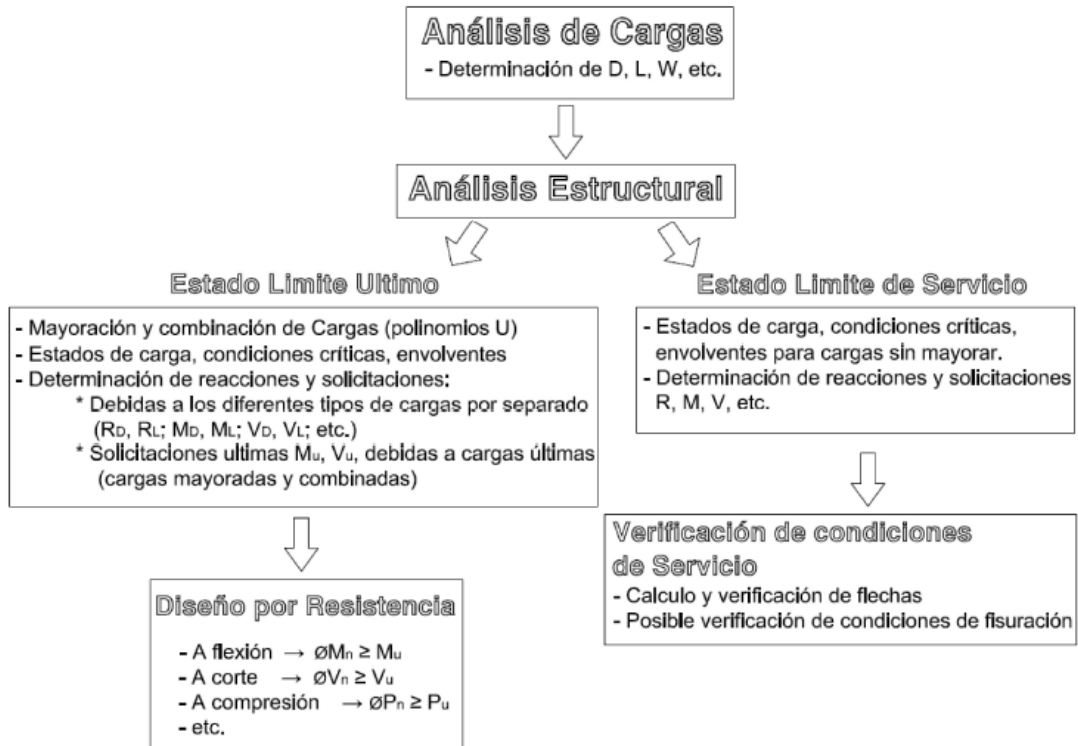
$$U = 0.9 \cdot D + 1.6 \cdot W$$

Las cargas o sollicitaciones mayoradas representan el estado último de resistencia: son evaluaciones de cargas para el límite de resistencia de los elementos

que se van a diseñar, justo antes de la rotura. Conceptualmente, esto significa que si lo que se necesita es verificar estados límites de servicio (fisuración, flecha etc), las cargas

a usar NO deberían estar mayoradas, ya que la mayoración implica la consideración del estado límite último.

En el siguiente cuadro se muestran los posibles pasos a seguir, teniendo en cuenta en cada etapa del proceso diferentes determinaciones según sea el caso o fin al que se apunta en el proceso:

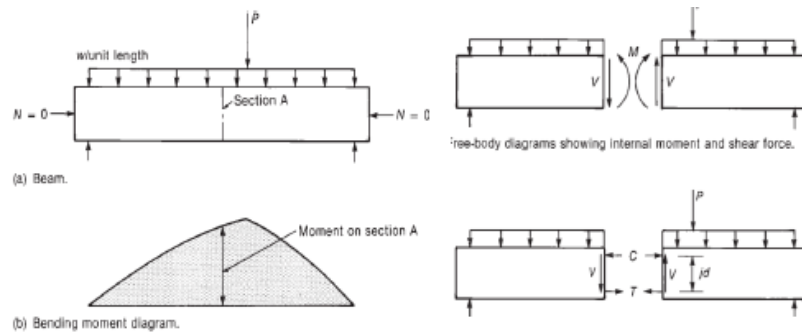


Capítulo 2: Flexión

Clase 1: Comportamiento a flexión de una sección rectangular

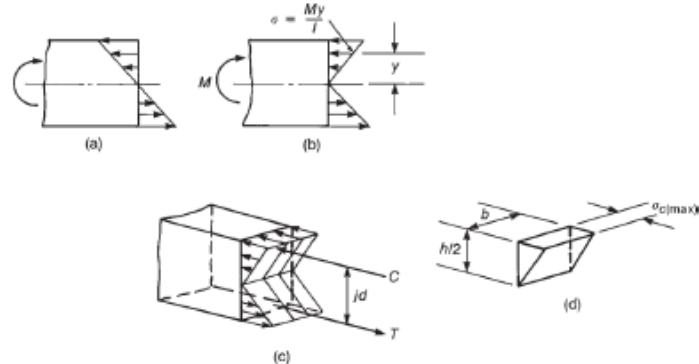
Viga: miembro estructural que soporta su propio peso y cargas aplicadas, desarrollando esfuerzos de cortes y momentos internos principalmente.

El momento flector es un efecto de carga calculado a partir de las leyes de la estática. En cualquier sección de la viga, el momento resistente interno M es necesario para equilibrar el momento flector. Un esfuerzo de corte también requerirá de una resistencia interna al corte.



El momento interno resistente de la sollicitación externa, se puede considerar como una fuerza interna de compresión C y una de tracción T , de igual magnitud y sentido contrario. Si no existen esfuerzos normales N , tenemos $C-T=0$ o $C=T$.

Para una viga rectangular no fisurada, homogénea y sin armaduras, la distribución de tensiones es:



El diagrama de tensiones puede visualizarse como un “volumen” de tensiones de

compresión, y generalmente lo denominamos bloque de compresión. La resultante de ese bloque de tensiones de compresión es C , igual a:

$$C = \frac{\sigma_{C \max}}{2} \left(b \frac{h}{2} \right)$$

De la misma manera se puede computar T . Las fuerzas C y T actúan desde los centroides de sus respectivos volúmenes de tensiones. En un caso estático las fuerzas se ubican a $h/3$ por encima o por debajo del eje neutro.

$$M = \sigma_{C \max} \left(\frac{bh}{4} \right) \left(\frac{2h}{3} \right)$$

La teoría elástica de vigas no es usada para el comportamiento de secciones de $H^\circ A^\circ$, porque la relación $\sigma-\epsilon$ se para el H° se vuelve no lineal para elevados valores de ϵ . Además, el H° se fisura con bajas tensiones de tracción, haciendo necesario el empleo de armaduras para tomar T y evitar el colapso abrupto de la pieza.

Teoría de flexión para H°A°

Esta teoría se basa en tres premisas básicas:

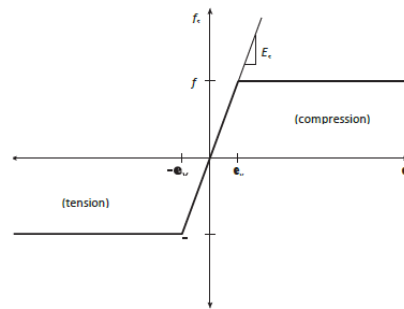
- 1- Secciones perpendiculares al eje de flexión plano antes de deformar, permanecen planas después de deformar o girar. (Se cumple hipótesis de Navier Bernoulli).
- 2- La deformación en la armadura es igual a la deformación en el hormigón. El acero y el H° deben actuar juntos para poder llevar la carga.
- 3- Las tensiones en el concreto y en las armaduras pueden ser computadas por las deformaciones específicas usando las curvas relación σ - ϵ para H° y acero. Esta hipótesis será demostrada en el desarrollo siguiente:

Comportamiento flexional

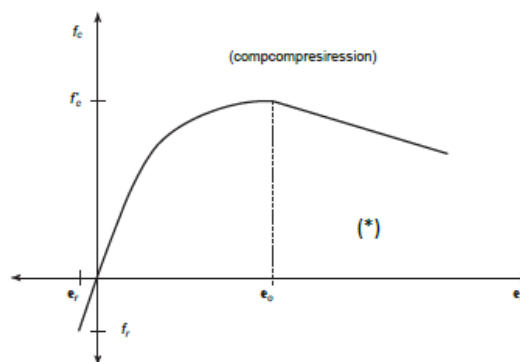
Se consideran secciones subarmadas. Éste es exactamente el tipo de sección transversal que queremos diseñar para obtener el tipo preferido de comportamiento a la flexión. Cuando carguemos una sección con un momento flector más allá del rango elástico, el acero de la zona de tracción entrará en fluencia antes de que el H° en la zona de compresión alcance su máxima deformación utilizable.

Para crear analíticamente una relación momento – curvatura (M - ϕ) de cualquier sección de la viga, se deben tener las relaciones σ - ϵ del acero y del H°.

Para el acero, se asume un modelo elástico perfectamente plástico tanto para tracción como para compresión. El módulo elástico del acero E_s se supone en 210.000 Mpa o 200.000 Mpa.



Para el hormigón, la relación σ - ϵ en compresión consiste en una parábola que arranca en cero hasta alcanzar la resistencia característica de compresión del H°, f'_c . La deformación correspondiente a la tensión de compresión máxima, ϵ_o , se asume igual a 0.002 para H° de resistencia normal.



Desde $\epsilon = 0$ hasta ϵ_o , la tensión sigue la siguiente expresión:

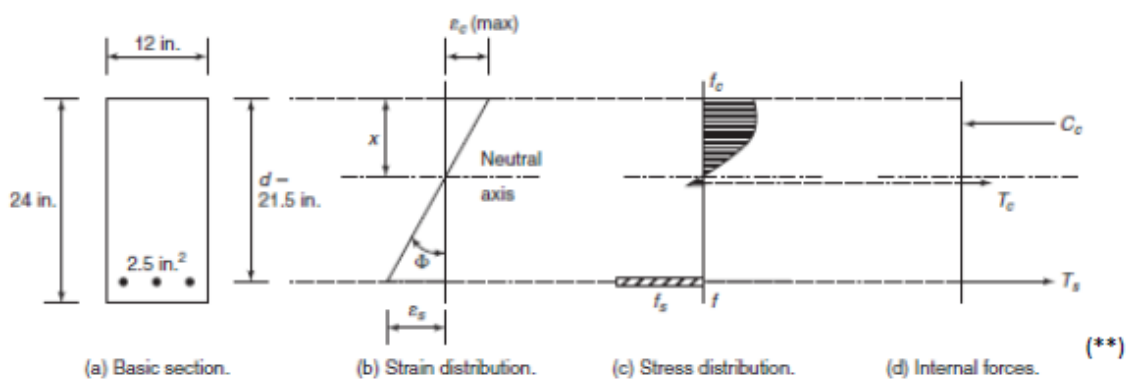
$$f_c = f'_c \left[2 \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right) - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^2 \right]$$

Más allá de la deformación ε_0 , se supone que la tensión disminuye linealmente a medida que aumenta la deformación. Una ecuación para la zona (*) puede expresarse como:

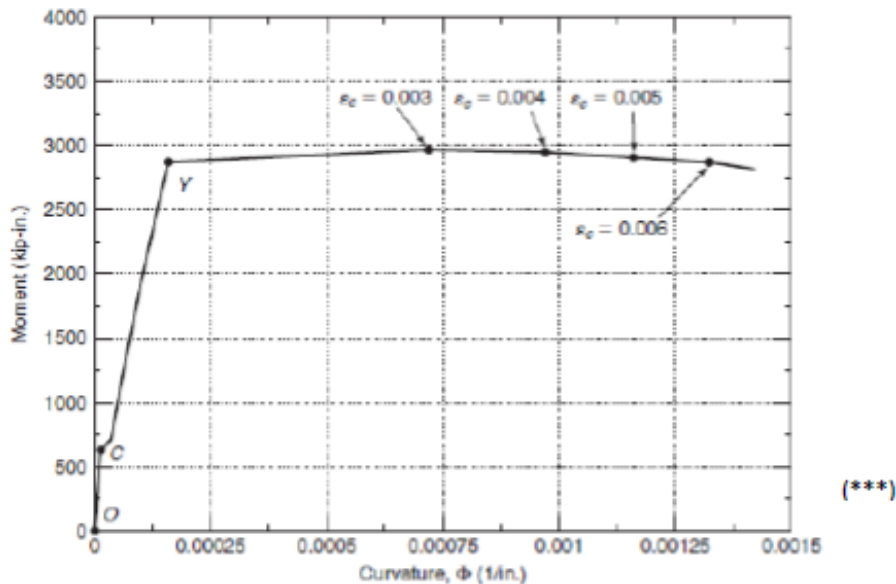
$$f_c = f'_c \left[1 - \frac{Z}{1000} \left(\frac{\varepsilon_c - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right) \right]$$

Z: constante para el control de la pendiente de línea. Normalmente se usa 150. Menores valores de Z (menor pendiente de descarga) pueden usarse si se añaden armaduras longitudinales y transversales para confinar el H° en la zona de compresión.

Considerando una sección rectangular simplemente armada y sometida a flexión positiva. As representa el área total de la fuerza de tracción y d es la distancia desde la fibra extrema de compresión hasta el centroide de la fuerza T de tracción.



Una relación completa de M-φ puede generarse para esta sección incrementando continuamente la curvatura de la sección (pendiente del diagrama de deformaciones) y usando las relaciones σ - ε del material asumido, para determinar la resultante de tensiones y fuerzas de la sección.



Notas de clase: Depende de la armadura de la viga principalmente, planteando distintos giros de la sección. De O a C la curva es una recta, se cumple Hooke y la viga es completamente elástica, trabaja como una viga de H° simple. La viga aún no se fisura. Estamos en ESTADO I. Una vez que supero C, hay una pequeña curvita porque la viga pierde rigidez ya que en C llegue a la fisuración. Fr es la tensión de tracción que aguanta el H°. En otras palabras, es la tensión de fisuración. Se escribe en función de f'c. De C en adelante el H° se fisura. ESTAMOS EN ESTADO

II. De C hasta mitad de camino entre C y Y, el comportamiento pasa a ser lineal y de ahí para adelante se inclina un poco. En Y el acero llegó a la tensión de fluencia f_y . Después de fisurarse y hasta antes de que la armadura llegue a fluencia, la relación $M-\phi$ es lineal, pero con una pendiente diferente a la de antes de fisurarse. Esto se conoce como el rango elástico agrietado de comportamiento (tramo C-Y) en (***)).

El cálculo de los puntos específicos en la curva de $M-\phi$ sigue el proceso representando en (**) b a través de (**) d. Cada punto se determina mediante la selección de un valor específico para la deformación máxima de compresión en la fibra extrema de la sección. Siempre suponiendo que las secciones permanecen planas después de flexionarse o girar, nos determina una distribución de deformaciones a través de la profundidad de la sección de forma lineal.

Con estas deformaciones y teniendo las relaciones de $\sigma-\epsilon$ asumidas, se determina la distribución de tensiones. Integrando, se puede determinar el volumen bajo las distribuciones de tensión, que no son más que las fuerzas internas de la sección y sus puntos de acción. Una vez determinadas estas fuerzas, los siguientes pasos son:

Primero: la distancia desde la fibra extrema de compresión al eje neutro (es x en la figura (**)) debe ajustarse hacia arriba o hacia abajo hasta que se establezca el equilibrio de la sección donde $T=C$. Cuando se satisface esta ecuación, la curvatura Φ para este punto se calcula como la pendiente del diagrama de deformaciones específicas

$$\Phi = \frac{\epsilon_c \max}{x}$$

Segundo: el momento correspondiente se determina mediante la suma de los momentos de las fuerzas internas sobre un punto conveniente, a menudo seleccionado para ser el centroide de la armadura traccionada para las secciones de viga con armadura simple. Este proceso se puede repetir para diferentes valores de deformaciones máximas de compresión. Se indican unos valores de tensión de compresión máximo en puntos seleccionados en (***).

Comienzo de la fisuración

El momento y la curvatura en el instante de la fisuración se pueden calcular mediante la teoría de resistencia a flexión, como

$$M = \frac{\sigma_c (\max) I}{y_{max}}$$

En la mayoría de los casos, la contribución de la armadura puede omitirse en este análisis de comportamiento, y el momento de agrietamiento o fisuración puede ser calculado usando solo la sección concreta, normalmente conocida como sección bruta. En ese caso:

$$f = \frac{M y_t}{I_g}$$

- f : tensión de tracción en la fibra extrema
- I_g : momento de inercia de la sección bruta.
- y_t : distancia desde el centroide de la sección a la fibra extrema de compresión.

El momento de fisuración se define como el momento que produce una tensión en la fibra extrema igual al módulo de rotura f_r . Es el momento crítico que soportaría una viga de H° simple.

$$M_{CR} = \frac{f_r I_g}{y_t}$$

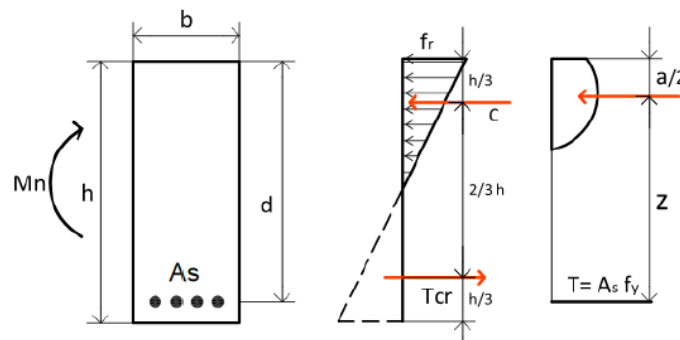
Se recomienda tomar $f_r = 0,625 \sqrt{f'c}$. La armadura podría ser incluida en este cálculo mediante el uso de la sección transformada para secciones típicas, pero no hacerlo implicaría solo un pequeño cambio en el valor de momento. El giro de la sección o curvatura en este punto puede calcularse como:

$$\Phi_{CR} = \frac{M_{CR}}{E_c I_g}$$

Donde $E_c = 4700 \sqrt{f'c}$. En Mpa. Cuando una sección se fisura por tracción debido a la flexión, la grieta se propaga generalmente hacia un punto cercano al centroide de la sección y existe una transferencia repentina de fuerzas de tracción del H° hacia la armadura en esa zona. A menos que una cantidad mínima de refuerzo esté presente en la zona de tracción, la viga podría fallar repentinamente. Para evitar ese colapso frágil y repentino, la sección debe armarse de manera tal que el momento a resistir por la sección armada sea igual al momento de fisuración M_{cr} de la sección de H° simple.

Finalmente, lo que se hace es igualar lo que aguanta una viga sin armadas, con lo que debería aguantar como mínimo el acero, pero el CIRSOC establece que la sección armada debe ser capaz de resistir el doble de la sección de H° simple. Entonces, la armadura mínima longitudinal de una sección sometida a un momento positivo es:

$$A_s \min = \frac{0.25 \sqrt{f'c}}{f_y} b_w d \geq \frac{1.4 b_w d}{f_y}$$



$$\begin{aligned} - M_{CR} &= \frac{2}{3} T_{CR} * h & \rightarrow & M_{CR} = \frac{2}{3} f_{CR} * \frac{bh}{4} * h \sim \frac{2}{3} f_{CR} * \frac{bd}{4} * d \\ - M_n &= A_s * f_y * \left(d - \frac{a}{2}\right) & \rightarrow & M_n = A_s * f_y * d \\ - M_{CR} &= M_n & \rightarrow & \frac{2}{3} f_{CR} * \frac{bd}{4} * d = A_s * f_y * d \end{aligned}$$

Asumiendo $f_r = 0,625 \sqrt{f'c}$ y despejando A_s

$$\frac{2}{3} * 0,625 \sqrt{f'c} * \frac{bd}{4} * d = A_s * f_y * d \quad \rightarrow \quad A_s \geq \frac{0,1042 \sqrt{f'c}}{f_y} * b * d * 2$$

Momentos de inercia

El dimensionado de las piezas de H°A° sometidas a flexión se hace considerando la sección fisurada, es decir, suponiendo que la parte de H° sometida a tracción no trabaja. Cuando se quieren calcular deformaciones, la rigidez a flexión se determina sobre la base de la sección homogeneizada.

De todas maneras, como en la mayoría de los casos lo que influye en el cálculo elástico es la relación de rigideces y no un valor particular, el valor obtenido al considerar la sección total o agrietada es prácticamente el mismo. Por lo tanto, se usan las rigideces correspondientes a la totalidad de las secciones transversales de las piezas de H°A°.

Punto de fluencia

Representa el final del rango elástico de comportamiento. El momento aplicado sigue aumentando después del inicio de la fisuración, la tensión en la armadura y la tensión en la zona de compresión del H° se incrementan de manera constante, y finalmente, el acero o el H° o ambos llegan a su máxima capacidad y empieza a ceder (A°) o aplastar (H°). Cuando una estructura entra en fluencia, tiene la capacidad de poder seguir deformándose, pero la resistencia se mantiene constante.

Como supusimos para el análisis que la sección es subarmada, el acero entrará en fluencia antes de que el H° alcance su máxima deformación utilizable. Para calcular los valores para el momento y la curvatura en el punto de fluencia, la deformación unitaria a nivel de acero traccionado se establece como tensión de fluencia $\epsilon_y = f_y/E_s$.

El momento de fluencia M_y se calcula como la suma de los momentos de las fuerzas internas sobre un punto conveniente. En esta etapa, la contribución del H° en tracción no es significativa. La curvatura de fluencia se calcula como la pendiente del diagrama de deformación unitaria, y se puede calcular estableciendo la deformación de tracción a nivel del acero igual a ϵ_y .

$$\Phi_y = \frac{\epsilon_y}{d - x}$$

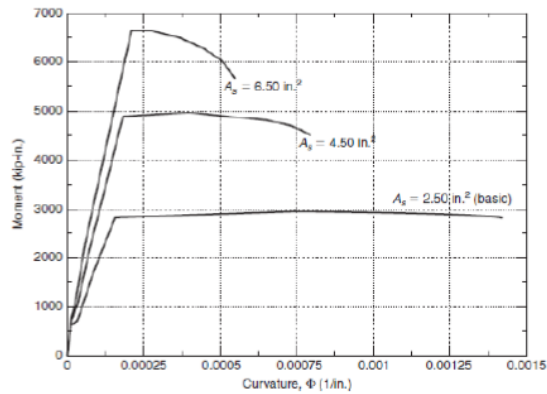
Puntos en la relación M- ϕ más allá del punto de fluencia pueden determinarse por el constante aumento de la tensión máxima en la fibra extrema de compresión. Generalmente se generan puntos hasta que se alcanza cierta tensión de compresión utilizable máxima predefinida o hasta que el momento desciende por debajo del valor máximo calculado. Para cada punto sucesivo más allá de la tensión de compresión de 0.003, la capacidad de momento de la sección disminuye a un ritmo cada vez mayor. Los códigos especifican una deformación de compresión máxima usable en la que debe calcularse la resistencia nominal del momento de la sección. El CIRSOC especifica este valor máximo de deformación utilizable igual a 0.003.

Ductilidad: capacidad de una sección de deformarse más allá de su punto de fluencia sin una pérdida significativa de resistencia. Puede expresarse en términos de desplazamientos, rotación, o coeficientes de curvatura. En este caso, la ductilidad se expresará en términos de la relación entra la curvatura dada por la máxima deformación de compresión y la curvatura debido a la fluencia.

La máxima deformación utilizable, se define como la deformación de la sección en la cual la capacidad para tomar momento ha caído por debajo de un determinado porcentaje de la capacidad de la sección de tomar el momento máximo. En la mayoría de los códigos se expresa como un valor específico.

Si a la sección original le vamos aumentando la cantidad de acero, tenemos:

Aumentando el área de armadura traccionada, aumenta la resistencia de la sección, pero disminuye la ductilidad de la pieza. Por ello es que también existe un límite superior en el área permisible del acero en tracción.

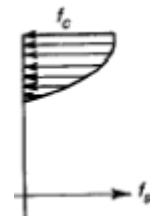


Simplificación de la teoría de flexión

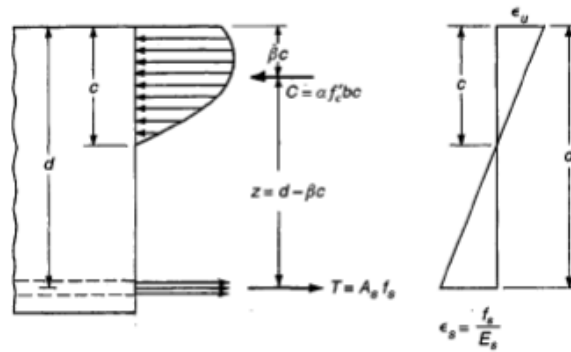
Además de las 3 hipótesis básicas, se adicionan otros conceptos importantes que simplifican el problema con poca pérdida de exactitud

- 1- Para los cálculos de resistencia a flexión, la resistencia a tracción del hormigón se desprecia. La resistencia que puede aportar el H° es aproximadamente un décimo de la resistencia a compresión, y además es muy pequeña comparada con la resistencia a tracción del acero. En casos particulares como corte, anclajes, deflexiones, análisis con cargas de servicio, la resistencia a la tracción del H° no se puede despreciar.
- 2- La sección se supone que ha alcanzado su resistencia nominal a la flexión cuando la deformación en la fibra extrema de compresión, alcanza la máxima deformación ϵ_{cu} . Este es un límite artificial desarrollado para definir en qué punto en la relación $M-\phi$ se debe calcular la resistencia nominal de la sección. Para la compresión del H° sometido a flexión o a flexo-compresión, $\epsilon_{cu} = 0.003$. Este es el menor valor promedio de los registros de ensayos.
- 3- Si la distribución de los esfuerzos de compresión del concreto en la carga última o cerca de ella tuviera una forma bien definida e invariable, se podría desarrollar una teoría racional y directa para la resistencia última a flexión. Con curvas $\sigma-\epsilon$ publicadas, se hace evidente que la forma geométrica de la distribución de esfuerzos varía mucho dependiendo de diferentes factores como la resistencia de la probeta cilíndrica y la tasa de aplicación y duración de la carga.

Se desea disponer de un método para calcular M_n del siguiente diagrama, para el cual la viga fallara por fluencia del acero sometido a tensión o por aplastamiento del H° en la fibra extrema a compresión.



Para el primer modo de falla, se asume el esfuerzo del acero igual al punto de fluencia $f_s = f_y$. Para el H° tomamos una deformación unitaria $\epsilon_{cu} = 0.003$. Además de estos dos criterios, en realidad no es necesario conocer la forma exacta de la distribución de esfuerzos en el concreto de la figura y podemos simplificar:



Para una distancia c medida desde el eje neutro, se debe conocer:

- La fuerza resultante total de compresión, C .
- La distancia de C a la fibra extrema a compresión.

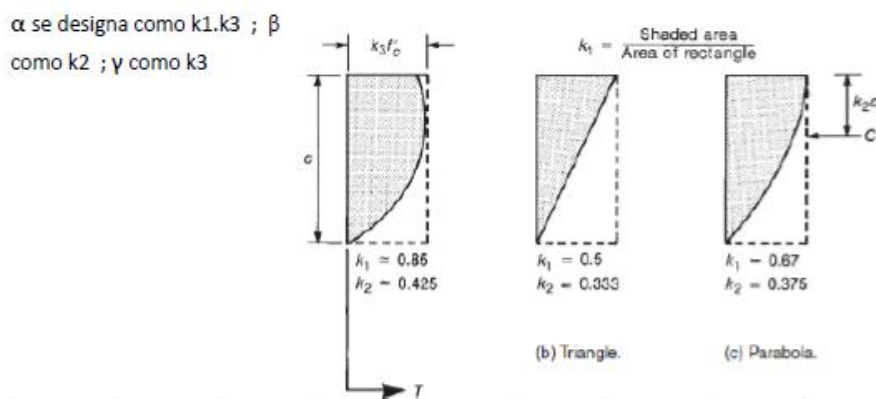
Para una viga rectangular, podemos definir C como $C = b \cdot c \cdot f_{av}$, donde f_{av} es el esfuerzo promedio a compresión sobre el área $b \cdot c$. El esfuerzo promedio a compresión que puede desarrollarse antes de que ocurra la falla, resulta tanto mayor en cuanto mayor sea la resistencia de la probeta o el f'_c . Denominamos:

$$\alpha = \frac{f_{av}}{f'_c}$$

C queda:

$$C = \alpha \cdot f'_c \cdot b \cdot c$$

Para cierta distancia c hasta el eje neutro, C se puede definir como una fracción β de esa distancia. Por lo tanto, conociendo solamente α y β se puede definir el efecto de los esfuerzos de compresión en el H° .



k_1, k_2 y k_3 dependen de la forma del diagrama de $\sigma - \epsilon$. Cuanto mayor sea la resistencia del hormigón, menor serán los valores de α y β , ya que, al ser más resistentes, serán menos dúctiles y la curva $\sigma - \epsilon$ será más pronunciada y con una menor porción casi horizontal. Como una simplificación adicional, el CIRSOC permite el uso de una distribución de tensión rectangular para los cálculos de resistencia a flexión nominal. Este bloque de tensión rectangular fue propuesto por Charles Whitney, y se define como:

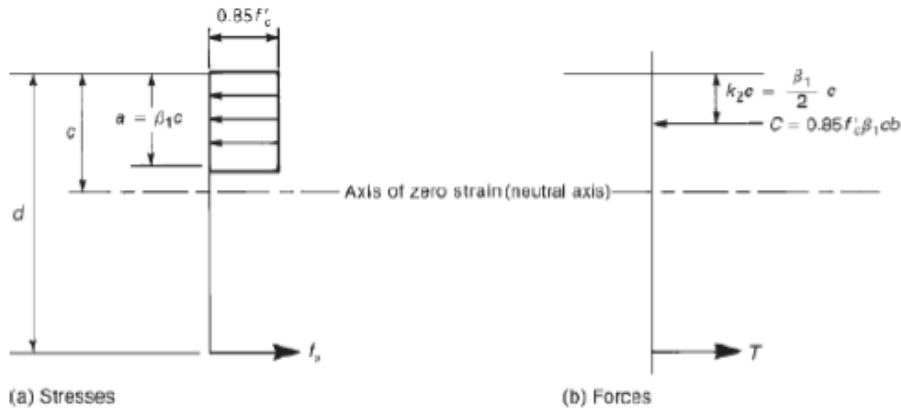
- 1- Como tensión uniforme de compresión, tomamos $0.85 \cdot f'_c$. Esta tensión estará distribuida sobre una zona de compresión limitada por los bordes de la sección

transversal y una línea paralela a la fibra neutra ubicada a una distancia $a = \beta_1 * c$ de la fibra de H° con la máxima tensión a compresión.

- 2- La distancia c se mide perpendicular al eje neutro.
- 3- β_1 se calcula en función de f'_c :

para $f'_c \leq 30 \text{ MPa}$ $\beta_1 = 0.85$

para $f'_c > 30 \text{ MPa}$: $\beta_1 = 0.85 - 0.05 (f'_c - 30 \text{ MPa}) / 7 \geq 0.65$



Resumiendo, para una zona de compresión rectangular de ancho constante b y de profundidad al eje neutro c , la fuerza de compresión C resultante de ese volumen de tensiones es

$$C = 0.85 * f'_c * b * \beta_1 * c$$

Y la fuerza de tracción

$$T = f_y * A_s$$

Análisis del momento nominal resistente

Para el análisis y diseño de columnas y vigas de H°A° en flexión, se debe cumplir:

- 1- Compatibilidad de tensiones y deformaciones. La tensión en cualquier punto de un miembro debe corresponder a la deformación en ese punto.
- 2- Las fuerzas externas deben equilibrarse con las internas.

Considerando una viga con armadura simple (y además subarmada) sometida a flexión positiva. Se asume una distribución lineal de la deformación. Para la evaluación de la capacidad de la sección para un M_n , la tensión en la fibra extrema de compresión es igual a ϵ_{cu} . La profundidad del eje neutro, c , es incógnita.

La deformación del acero también se desconoce, pero se supone que es mayor a la tensión de fluencia. Esta asunción se debe confirmar posteriormente en el cálculo.

Por encima del eje neutro, se usa el modelo de estrés bloque propuesto por Whitney. β_1 se multiplica por c para obtener la profundidad del bloque de tensión, a . Por debajo del eje neutro, se considera que el H° no toma tensiones de tracción. A nivel del acero, se asume que la tensión f_s es igual a la tensión de fluencia f_y . Esto es así ya que se supone que la deformación del acero en esta profundidad de la viga supera como mínimo ϵ_{su} de fluencia, y por lo tanto la tensión del acero permanece cte igual a f_y .

Obtenidas las tensiones y conociendo las secciones equivalentes, se determinan las fuerzas equivalentes. La fuerza de compresión de H°, es el volumen del bloque de tensiones. La fuerza C no se puede evaluar en esta etapa porque no se conoce c. La fuerza de tracción si es conocida ($T = A_s * f_y$). Un paso clave es aplicar equilibrio de la sección, y como en este caso no hay fuerzas axiales, $C = T$. Por lo tanto, despejando "a" ($\beta_1 * c$):

$$0.85 * f'_c * b * \beta_1 * c = C = T = f_y * A_s$$

$$a = \beta_1 * c = \frac{f_y * A_s}{0.85 * f'_c * b} \quad y \quad c = \frac{a}{\beta_1}$$

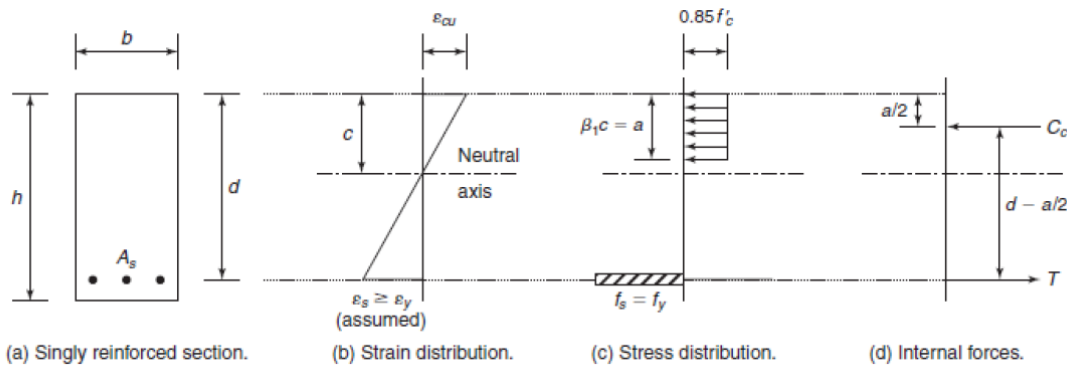
Conociendo c, puede comprobarse la hipótesis de que el acero está en fluencia. Por semejanza de triángulos del diagrama de deformaciones lineal:

$$\frac{\epsilon_s}{d - c} = \frac{\epsilon_{cu}}{c} \quad \rightarrow \quad \epsilon_s = (d - c) * \frac{\epsilon_{cu}}{c} \geq \epsilon_y = \frac{f_y}{E_s}$$

$\epsilon_s \geq \epsilon_y$ para confirmar que la viga es subarmada. Confirmada esta hipótesis, Mn puede calcularse como C o T multiplicado por el brazo elástico:

$$M_n = T \left(d - \frac{a}{2} \right) = C \left(d - \frac{a}{2} \right) = A_s * f_y * \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

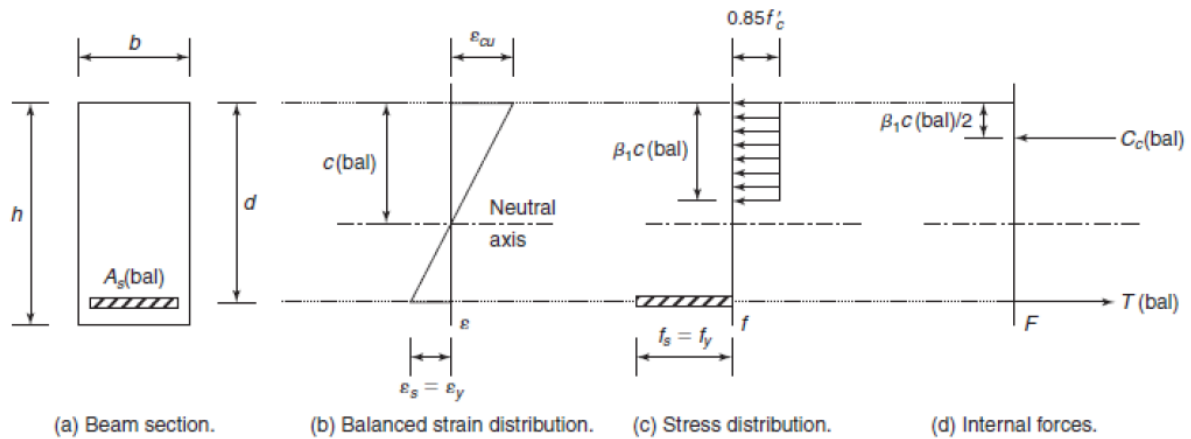
Esta expresión vale para todas las secciones con armadura simple y zona de compresión de ancho constante después de que se haya confirmado que el acero está en fluencia.



Definición de secciones balanceadas

La cuantía balanceada del acero, es el área necesaria de acero para que la deformación en el acero sea exactamente ϵ_y . (en subarmadas garantizamos que esté por encima de ese valor, pero no que sea ese valor exactamente) y simultáneamente, la deformación en el H° alcance un valor de $\epsilon_{cu}:0.003$.

Para hallar esa cuantía denominada ρ_b , el punto de partida es el diagrama de deformaciones (b). En este caso como dijimos, $\epsilon_s = \epsilon_y$ y $\epsilon_c = \epsilon_{cu}$.



Ahora, la incógnita es el área de acero balanceada. Además, a diferencia del caso anterior, ahora c es un valor conocido, que sale de plantear semejanza de triángulos.

$$\frac{c(bal)}{\epsilon_{cu}} = \frac{d}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$

Conociendo s , puedo determinar $A_s(bal)$.

$$T(bal) = C(bal) \rightarrow f_y * A_{S(bal)} = 0.85 * f'_c * b * \beta_1 * c(bal)$$

$$A_{S(bal)} = \left(0.85 * f'_c * b * \beta_1 * c(bal) \right) * \frac{1}{f_y}$$

Cuantía geométrica ρ_b

Representa la proporción del área del acero traccionado dividido por el área efectiva del concreto, $b*d$ en este caso. Por lo tanto, ρ_b queda:

$$\rho_b = \frac{A_s(bal)}{bd} = \left(0.85 * f'_c * b * \beta_1 * c(bal) \right) * \frac{1}{f_y} * \frac{1}{b * d}$$

$$\rho_b = \left(0.85 f'_c b \beta_1 * \frac{d * \epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} \right) \frac{1}{f_y} \frac{1}{b * d} \rightarrow \rho_b = \frac{0.85 * f'_c * \beta_1}{f_y} * \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} \right)$$

$$\rho_b = \frac{0.85 * f'_c * \beta_1}{f_y} * \left(\frac{0,003}{0,003 + \frac{f_y}{200.000}} \right)$$

Notas de clase: La cuantía balanceada es el límite que tiene la norma para poder colocar armadura en una sección que NO tiene doble armadura. EL CIRSOC ESTABLECE como máximo que una viga de H^oA^o se podrá armar con un 75% de la armadura balanceada. Esto asegura entonces que las vigas siempre sean subarmadas.

Esta precaución se toma porque con la cuantía balanceada la viga rompe por compresión del H^o y esto haría que la rotura sea del tipo frágil. La viga en condiciones balanceadas rompe por los dos motivos en realidad, pero no queremos tener roturas frágiles nunca.

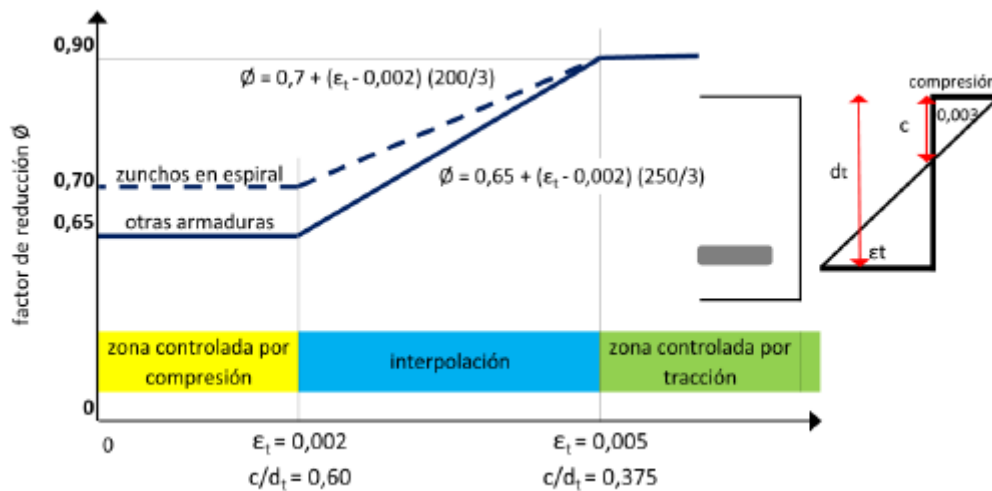
Tracción y compresión controlada

Sabemos que $\Phi M_n \geq M_u$, donde Φ es el factor de reducción de resistencia. Para vigas, este factor se basa en el comportamiento de la sección, según lo representado por las

curvas $M-\phi$. En la mayoría de los casos, las vigas forman parte de un sistema de losas de entrepisos hiperestáticos, continuos. Para el caso de vigas más dúctiles, si las mismas llegaran a sobrecargarse accidentalmente, podrán deformarse y experimentar rotaciones plásticas que permitan la redistribución de esas cargas a otras partes del sistema continuo de la planta. Esto hace que el nivel de seguridad sea un poco mayor, por lo que es posible asumir valores de Φ mayores. Para aquellas vigas cuyo comportamiento sea menos dúctil (mayores áreas de A°), la capacidad de redistribuir cargas se ve impedida y, por lo tanto, se requiere un menor valor de Φ .

Otra manera de controlar la ductilidad de la sección, es controlando el valor de la deformación de la armadura a tracción cuando la fibra extrema de compresión del H° alcanza la deformación máxima de compresión utilizable.

El CIRSOC especifica valores de deformación y en función de estos, los valores que alcanza Φ para el diseño de estas secciones.



Notas de clase: El código siempre busca que el acero se deforme lo máximo posible para que la estructura no rompa por compresión del H° . Siempre vamos a buscar que Φ sea de 0.90 para no desperdiciar material. Cuanta menos deformación se le permita al acero, mayor será el Φ de reducción que tengo que aplicarle al momento nominal de la viga. (0.65-0.90).

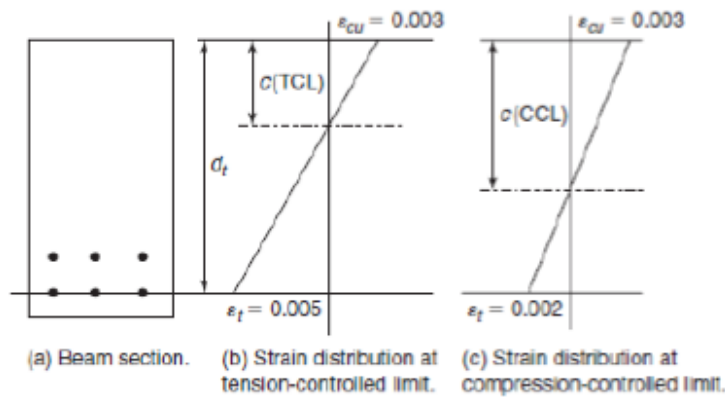
Profundidad efectiva y distancia a la capa extrema de refuerzo de tracción

- La profundidad efectiva d se mide desde la fibra extrema a compresión hasta el centroide de la armadura longitudinal. Es la distancia que usamos para calcular M_n .
- D_t es la distancia medida desde el lomo de la viga hasta la última hilera de fierros que tenga. En función de d_t es que calcularemos el Φ porque son los fierros más solicitados. Si la viga solo tiene una capa de armadura, $d = d_t$.

Secciones controladas por tracción y controladas por compresión

Una sección controlada por tracción tiene una A_s tal que cuando la viga alcanza su R_n a flexión, la deformación de la capa externa $\epsilon_{ts} \geq 0.005$. Como regla general conviene tomar al alargamiento máximo del acero como 2.5 veces el inicio de la deformación en fluencia ϵ_y (2%). El 2% sale de un acero ADN 420, donde $\epsilon_y = f_y/E_s = 420/200.000 =$

0.0021. El diagrama de deformación correspondiente para una sección controlada por tracción (TCL: Límite Tracción Controlada) es el (b):



Podemos determinar que:

$$c(TCL) = \frac{3}{8} * dt = 0.375 * dt$$

Si $c < 3/8*dt$, $\epsilon_s > 0.005$. Al analizar una viga y demostrar que la profundidad del eje neutro obtenida del equilibrio es a lo sumo igual a este límite, podemos afirmar que la sección es TCL.

Una sección controlada por compresión (CCL) tiene un A_s tal que cuando la viga alcanza su R_n a la flexión nominal, $\epsilon_s \leq \epsilon_y$. Para ADN 420, $\epsilon_y = 0.0021$ y el código permite usar $\epsilon_y = 0.002$. Una viga con esta cantidad de acero, tendría una relación $M-\phi$ con menor ductilidad. El diagrama de CCL es el (c). Podemos ver que:

$$c(CCL) = \frac{3}{5} * dt = 0.60 * dt$$

Si $c > 3/5*dt$, $\epsilon_s < 0.002$.

Zona de transición: una sección se encuentra en la zona de transición si tiene una A_s tal que cuando la viga llega a su R_n flexional, su ϵ_s más extrema está entre 0.002 y 0.005.

Como las secciones TCL demuestran buen comportamiento dúctil al ser sobrecargadas, éstas son analizadas y diseñadas usando un $\Phi=0.90$. Las secciones CCL se analizan y diseñan con un $\Phi=0.65$, por su comportamiento frágil ante la sobrecarga. (esto es para vigas con armadura simple y estribos estándar. Para secciones de columnas con estribos en espiral, se toma $\Phi=0.75$).

La variación de Φ para cualquier valor de deformación, se puede determinar con las siguientes expresiones: (para secciones zunchadas hay otras expresiones).

$$\phi = 0.65 + (\epsilon_t - 0.002) \times \frac{250}{3}$$

$$\phi = 0.65 + 0.25 \left(\frac{1}{c/d_t} - \frac{5}{3} \right)$$

Notas de clase: cuando imponen ϵ_s , indirectamente están imponiendo la profundidad del bloque de compresión (c). C sale de relación de triángulos. Si adopto 0.003 para H° y 0.005 para el A° ,

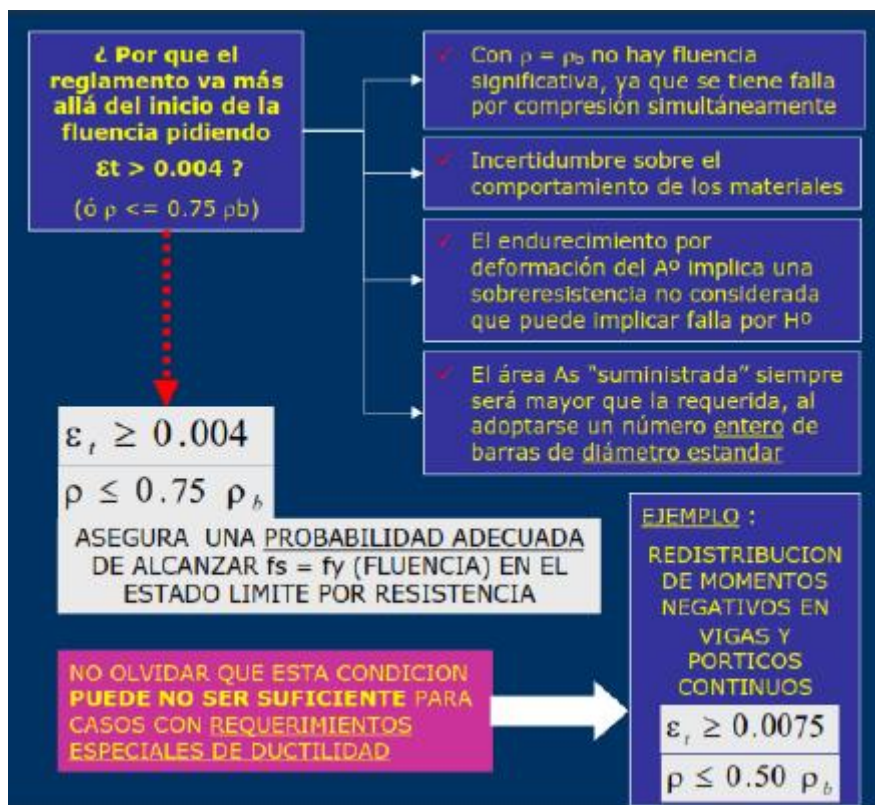
kc vale 3/8. Por lo tanto, c (bal): 3/8 dt. Si el valor de c está por debajo de ese valor, $\epsilon_s > 0.005$ y tendremos vigas muy dúctiles. En cambio, si el c supera 3/8 dt tendremos una estructura frágil. Se adopta como máximo $kc=0.60$ para asegurar que la viga no rompa por compresión. Si c es mayor que $0.60dt$, $\epsilon_s < 0.002$, y la viga rompería por compresión controlada y $\Phi=0.65$. Si, $0.002 < \epsilon_s < 0.005$, tenemos que sacar Φ del gráfico o de las ecuaciones.

Límites superiores en vigas armadas

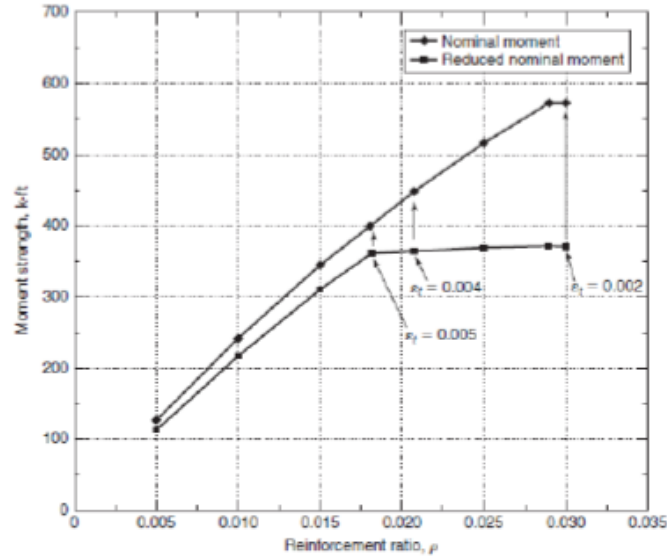
En el actual CIRSOC, se exige que $\epsilon_s \geq 0.004$. Este valor de deformación corresponde aproximadamente a considerar una cuantía $\rho=0.75 \rho_b$, que era la condición del antiguo código, donde la cuantía estaba limitada a 0.75 veces el área de acero correspondiente a cuantía balanceada. Fijando $\rho=0.75 \rho_b$, $\epsilon_s=0.00376$.

Una viga cuyo $\epsilon_s=0.004$ tendrá un M_n más alto que una sección con A_s menor trabajando a TCL $\epsilon_s=0.005$ en las condiciones de resistencia nominal. Sin embargo, porque hay diferentes valores de Φ en función de ϵ_s , los valores resultantes serán casi iguales.

A menos que se requieran cantidades inusuales de ductilidad, el límite de 0.005 proporciona un comportamiento dúctil en la mayoría de los diseños. Casos en los cuales se requiere de una mayor ductilidad, son los pórticos o elementos continuos donde se pretende que haya una redistribución de momentos.



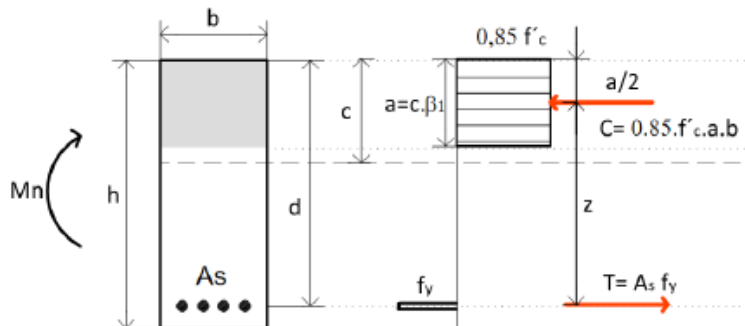
En el siguiente gráfico podemos ver la comparación entre M_n y ΦM_n , en función de ρ y la resistencia del momento nominal.



Podemos ver en el gráfico que hasta $\epsilon_s=0.005$, el valor de M_u y M_n son muy similares. Para $\epsilon_s > 0.005$, la diferencia entre ambos momentos es cada vez mayor.

Por eso, vemos que no conviene seguir agregando hierro porque la norma me castiga a la resistencia nominal con valores de Φ muy bajos, y lo único que hago es desperdiciar material. Por poder, si puedo usarlas, pero económicamente no tiene sentido. La curva se corta ahí porque estamos en el límite máximo de c . Por lo tanto, el límite máximo de la cantidad de armadura a usar surge de mantener ϵ_s por encima de 0.005 en secciones de TCL. SIEMPRE debemos controlar estar en una sección TCL para así poder usar $\Phi=0.90$.

Clase 2: Planteo de ecuaciones para vigas simplemente armadas



Del Equilibrio de FUERZAS:

$$C = 0,85 f'_c a b = A_s \cdot f_y$$

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{b \cdot f'_c \cdot 0,85}$$

$$z = \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

Del Equilibrio de MOMENTOS:

$$M_n = C \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right) = T \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_n = 0,85 f'_c a \cdot b \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

Definiendo k_a como el parámetro que multiplicado por d nos determina la profundidad del bloque de compresiones, tenemos:

$$a = \beta_1 * c = k_a * d$$

Reemplazando en Mn

$$Mn = 0.85 f'c ka b d \left(d - \frac{ka * d}{2} \right) \rightarrow Mn = 0.85 f'c ka b d^2 \left(1 - \frac{ka}{2} \right)$$

$$mn = \frac{Mn}{0.85 f'c b d^2} = ka \left(1 - \frac{ka}{2} \right)$$

Despejando ka de la expresión anterior:

$$ka = 1 - \sqrt{1 - 2 * mn}$$

Siendo

$$a = \frac{f_y * A_s}{0.85 * f'_c * b} \quad y \quad a = ka * d \quad \rightarrow \quad ka * d = \frac{f_y * A_s}{0.85 * f'_c * b}$$

$$ka = \frac{f_y * A_s}{0.85 * f'_c * b * d} = \frac{\rho * f_y}{0.85 * f'_c}$$

Recordando que $c(TCL) = 3/8 * dt = 0.375 * dt$, nos limita a verificar que nuestras secciones tengan TCL y una deformación mínima $\epsilon_s = 0.005$, llamando

$$c = kc * d$$

El momento máximo que puede resistir una sección se da para

$$\epsilon_c = 3\text{‰}$$

$$\epsilon_s = 5\text{‰}$$

$$kc = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} = \frac{0,003}{0,003 + 0,005} = kc \text{ max (TCL)}$$

Luego,

$$a = \beta_1 * c = ka * d \rightarrow \beta_1 * c = ka * d$$

Reemplazando el valor de $c = kc * d$

$$\beta_1 * kc * d = ka * d \rightarrow ka = \beta_1 * kc$$

$$ka \text{ max} = \beta_1 * kc \text{ max} \rightarrow \mathbf{ka \text{ max} = 0.85 * 0.375 = 0.318}$$

Y ka min

$$ka \text{ min} = \frac{f_y * A_{s \text{ min}}}{0.85 * f'_c * b * d} \leq ka$$

Recordando la condición de armadura mínima:

$$A_{s \text{ min}} = \frac{0.25 \sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \geq \frac{1.4 b_w d}{f_y} \rightarrow ka \text{ min} = \frac{1.4}{0.85 * f'_c}$$

Siempre deben cumplirse estos límites inferiores y superiores de ka. El máximo momento que podrá tomar la sección comprimida es:

$$Mc = 0.85 f'c b d^2 ka \left(1 - \frac{ka}{2} \right) = 0.85 f'c b d^2 0,318 \left(1 - \frac{0,318}{2} \right)$$

$$M_c = 0,227 f'_c b d^2$$

Y luego

$$mn_{max} = \frac{0,227}{0,85} = 0,267$$

**Si $M_n = M_u / \phi > M_c$
se adiciona armadura de compresión**

Formas de determinar la armadura

Obtenido k_a y este valor ubicado entre $k_{a\ min} \leq k_a \leq k_{a\ max}$

$$1) A_s = \frac{k_a \cdot 0,85 \cdot f'_c \cdot b \cdot d}{f_y}$$

$$2) A_s = \frac{M_n}{z \cdot f_y} = \frac{M_n}{z = \left(d - \frac{a}{2}\right) \cdot f_y} = \frac{M_n}{\left(d - \frac{k_a \cdot d}{2}\right) \cdot f_y} = \frac{M_n}{\left(d - \frac{(1 - \sqrt{1 - 2mn}) \cdot d}{2}\right) \cdot f_y}$$

$$3) A_s_{max} = \rho_{max} \cdot b \cdot d$$

$$\rho_{max} = 0,85 \cdot \beta_1 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \left(\frac{0,003}{0,003 + 0,005} \right) = 0,85 \cdot 0,85 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{3}{8}$$

$$\rho_{max} = 0,7225 \cdot \frac{3}{3360} \cdot f'_c = 0,000645 \cdot f'_c = 1,6\% \text{ H25}$$

$$\rho_{max} = 0,318 \cdot 0,85 \cdot \frac{f'_c}{f_y} = 0,318 \cdot 0,85 \cdot \frac{25}{420} = 1,6\%$$

$k_{a\ max} = 0,31875$

Armadura sin verificación de deformaciones

Definimos la cuantía mecánica

$$\omega = \frac{f_y \cdot A_s}{f'_c \cdot b \cdot d}$$

y la cuantía geométrica era:

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

Por lo tanto, podemos escribir:

$$\omega = \frac{\rho \cdot f_y}{f'_c}$$

Según los primeros ACI, las flechas se deben verificar cuando:

$$\rho > \frac{\omega \cdot f'_c}{f_y}, \text{ con } \omega = 0,18$$

Es decir que cuando podamos cumplir las expresiones que siguen, no será necesario verificar las deformaciones de vigas y losas:

$$M_n \leq 0,161 f'_c b d^2, \quad \omega \leq 0,18$$

$$\rho \leq \frac{0,18 f'_c}{f_y}$$

$$a \leq \frac{\omega}{0,85} d \leq \frac{0,18}{0,85} d \leq 0,21 d \quad \rightarrow \quad ka \leq 0,21 \quad \text{S.V.D}$$

$$c \leq \frac{a}{\beta_1} \leq \frac{0,21}{0,85} d \leq 0,247 d$$

Si usamos mayores % de armaduras, tendremos menor altura de las vigas/losas y por lo tanto mayores flechas o deformaciones. En piezas de claros cortos, podemos usar cuantías $\omega > 0,18$ sin problemas de flechas, pero para piezas largas se pueden presentar flechas a tener en cuenta aún con % menores de armaduras. Para ménsulas importantes y vigas o losas de poca altura, debemos prestar atención a las flechas porque pueden llegar a ser importantes.

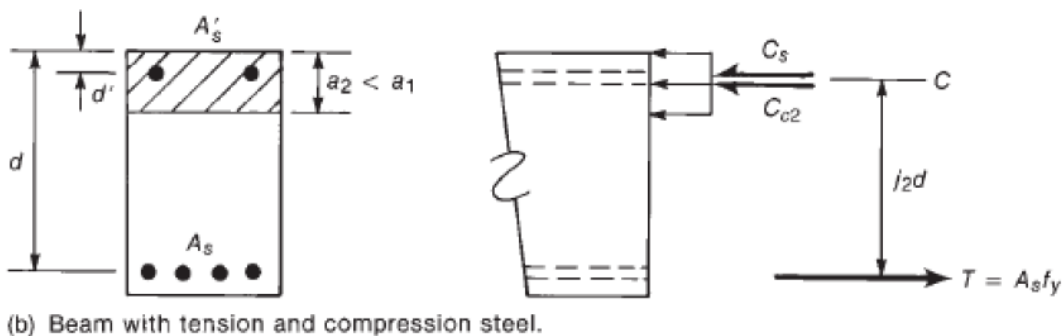
Vigas con armaduras de compresión

Si la sección transversal de una viga está limitada por causas de proyecto, de arquitectura u otras restricciones, puede ocurrir que la sección de H° no sea suficiente, o no sea capaz de desarrollar la fuerza interna necesaria para resistir el momento actuante. En este caso, se adiciona armadura en la zona de compresión, dando como resultado una viga llamada doblemente armada. Actualmente, se usan muy poco este tipo de vigas ya que el método de cálculo empleado contempla el potencial completo de resistencia que tiene el concreto en el lado de compresión del eje neutro.

También puede colocarse A's de compresión por otros motivos:

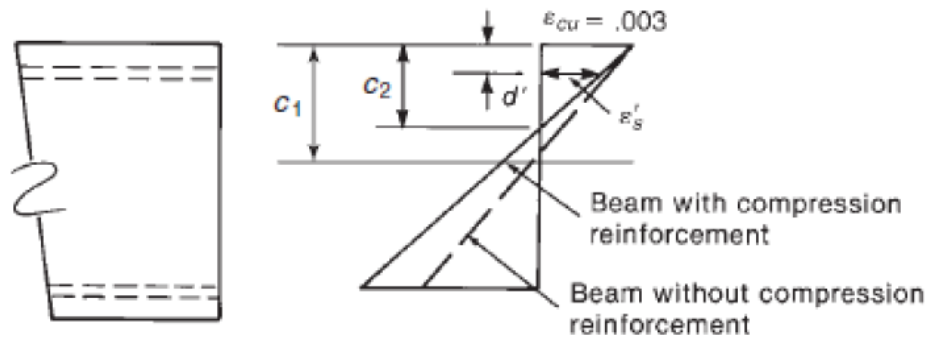
- Se ha comprobado que colocar armadura en la zona comprimida reduce las deflexiones a largo plazo del elemento, disminuyendo el efecto de la fluencia lenta (evitamos el cabeceo del voladizo).
- Para considerar situaciones de carga que producen momentos de signo contrario.
- Barras continuas a lo largo de la luz de la viga para servir de soporte a los estribos.

Inicialmente se asume que la tensión de la armadura está en fluencia $f_s=f_y$. En este tipo de secciones, la fuerza T será absorbida por $A_s \cdot f_y$. A diferencia del caso simplemente armado, donde C es tomado por el concreto, acá C será igual a la suma de las fuerzas proporcionadas por el H° (C_{c2}) y por el acero de compresión (C_s).



Como parte de C es tomado por C_s , C_{c2} es menor que la compresión que tiene el H° en una sección simplemente armada. Como consecuencia, la profundidad del bloque de

tensiones a2, será menor que para el primer caso. El cambio en la profundidad del bloque de tensiones, provoca un cambio en la profundidad de c, como se muestra:



(c) Effect of compression reinforcement on strain distribution in two beams with the same area of tension reinforcement.

Para una cantidad dada de A_s , la adición de acero de compresión tiene poco efecto sobre la resistencia de M_n . Para $\rho = 0.015$, el agregado de $A's$ aumenta M_n en un 5%.

Existen 4 razones principales para usar $A's$:

- 1- Reducción de deflexiones a largo plazo de una viga sometida a carga sostenida. La fluencia del H° en la zona de compresión transfiere carga de H° para $A's$, reduciendo la tensión en el H° . como la tensión es menor, también lo son las deflexiones bajo cargas sostenidas.
- 2- Ductilidad mejorada: como ya dijimos, la profundidad del bloque de compresión se reduce (a), y, por lo tanto, la deformación en la armadura traccionada es mayor.
- 3- Cambio de modo de falla de compresión a tracción: cuando $\rho \geq \rho_b$ la viga falla de manera frágil. Cuando agregamos $A's$, estamos reforzando la cabeza de compresión y al hacerlo permitimos que el acero siga recibiendo carga, se estire y llegue a fluencia antes de que el H° se aplaste.
- 4- Facilidad de fabricación.

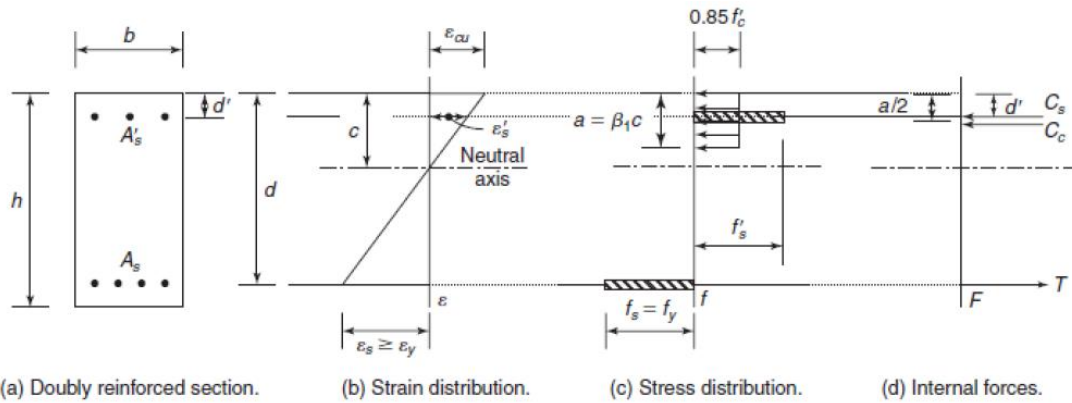
Análisis del momento nominal resistente

Se asume una distribución normal de deformación, y para la evaluación de la capacidad del momento nominal, se establece $\epsilon_c = \epsilon_{cu}$.

Se supone además que la sección es subarmada, por lo que $\epsilon_s > \epsilon_y$. Como no se conoce exactamente el valor de ϵ_s , c tampoco se conoce. Tampoco se conoce $\epsilon's$ y no es razonable suponer que la deformación $\epsilon's$ supere a la de fluencia. Planteando semejanza de triángulos:

$$\frac{\epsilon's}{c - d'} = \frac{\epsilon_{cu}}{c} \quad \rightarrow \quad \epsilon's = \frac{\epsilon_{cu}}{c}(c - d')$$

Como antes, la distribución real de las tensiones se sustituye por el bloque de tensiones de Whitney. La tensión en $A's$ no puede determinarse hasta que no se conozca c . La tensión en A_s , es $f_s = f_y$.



La fuerza de compresión en el hormigón tiene la misma expresión que para el caso simplemente armado:

$$C_c = 0.85 * f'_c * b * \beta_1 * c = 0.85 * f'_c * b * a$$

La fuerza en la armadura de compresión es:

$$C_s = A'_s * (f'_s - 0.85 f'_c)$$

Donde f'_s todavía es desconocido:

$$f'_s = E_s \epsilon'_s \leq f_y$$

Estableciendo el equilibrio de fuerzas horizontales:

$$T = C_c + C_s$$

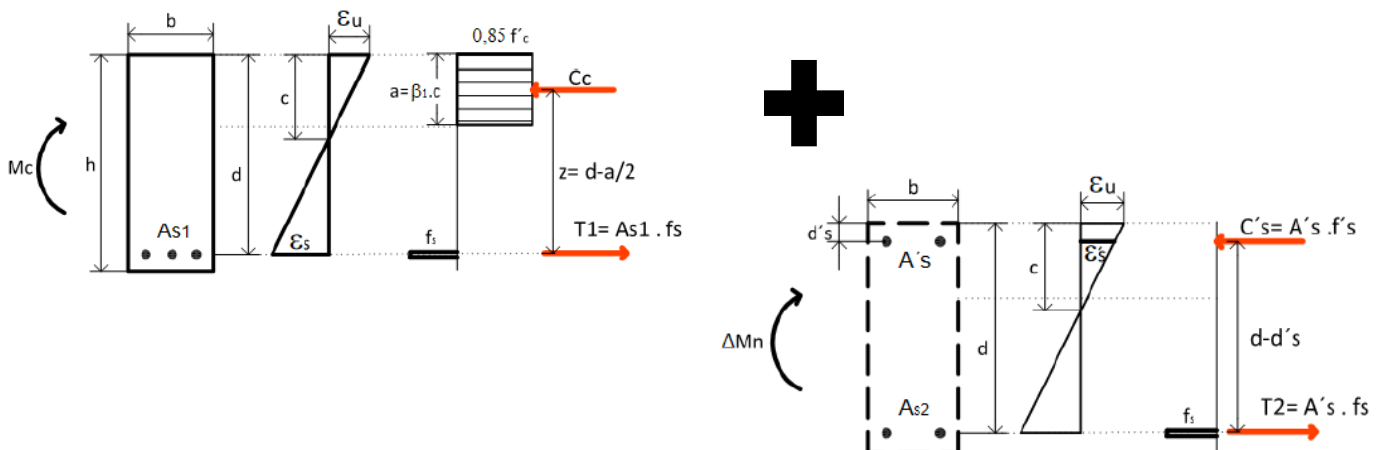
Reemplazando:

$$A_s * f_y = 0.85 * f'_c * b * a + A'_s * (f'_s - 0.85 f'_c)$$

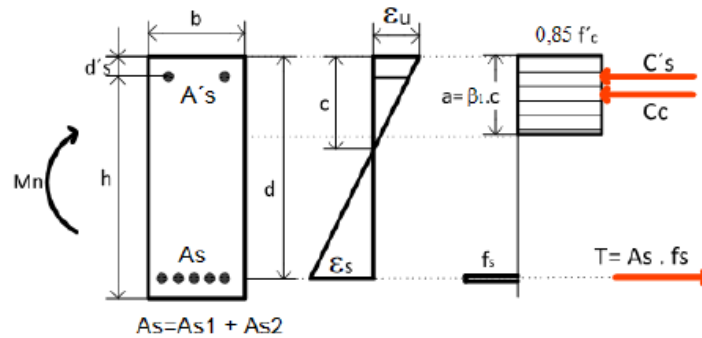
Cuando $M_u/\Phi \geq M_c$ (donde $M_c = 0.227 * f'_c * b * d^2$, que era el máximo momento nominal posible con $\Phi = 0.90$), debemos usar A'_s .

Agregando A'_s , es posible aumentar el valor de M_n en una magnitud denominada ΔM_n , y, por lo tanto, el máximo momento nominal ahora será:

$$M_n = M_c + \Delta M_n$$



La suma de los dos gráficos anteriores da:



Despejando de $A's$

$$\Delta Mn = Mn - Mc = A's f's (d - d') \rightarrow A's = \frac{\Delta Mn}{f's (d - d')}$$

Donde $f's$ es la única incógnita y es posible conocerla determinando el correspondiente valor de deformación específica. Por relación de triángulos dijimos que:

$$\epsilon's = \frac{\epsilon_{cu}}{c} (c - d')$$

Estableciendo $\epsilon_{cu}=0.003$ y calculando, tenemos dos opciones:

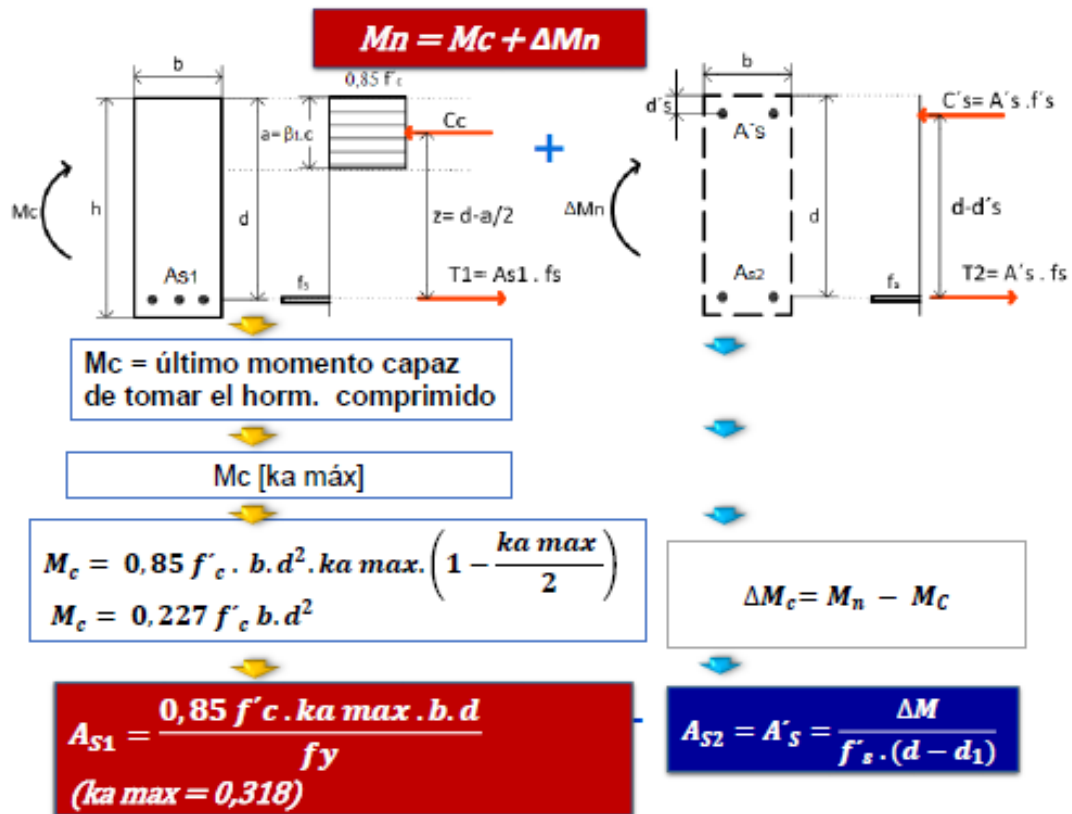
- Si $\epsilon's < \epsilon_y \rightarrow f's = E_s \epsilon's$
- Si $\epsilon's > \epsilon_y \rightarrow f's = f_y$

Notas de clase: $d's$ es el recubrimiento que se le da a $A's$. Suele valer lo mismo que el recubrimiento de As . Este valor no debe ser muy grande, ya que cuanto mayor sea el valor de $d's$, menor será la deformación del acero comprimido (ver diagrama de deformaciones), y en ese caso $f's < f_y$.

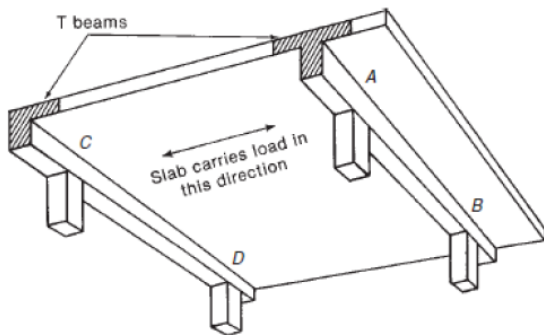
As se compone de la armadura necesaria para tomar Mc , y se calcula como una viga simplemente armada, más el pedazo que se coloca para poder generar el brazo de palanca que aguante el valor de ΔMn . El valor de Mc está limitado, pero el de ΔMn puede ser tan grande como yo lo desee.

Todo lo que agreguemos en la cabeza de compresión, debe estar compensado en la parte de armadura de tracción, porque tenemos que equilibrar el par. Si ambos aceros están trabajando a fluencia (que es la idea), la cantidad as y $A's$ no deben diferir mucho. Si $f's < f_y$, voy a tener que poner mucho más $A's$ para compensar el par con la fuerza T que depende de As . Para garantizar que $A's$ trabaje a fluencia, tengo que controlar el $d's$.

Resumiendo:



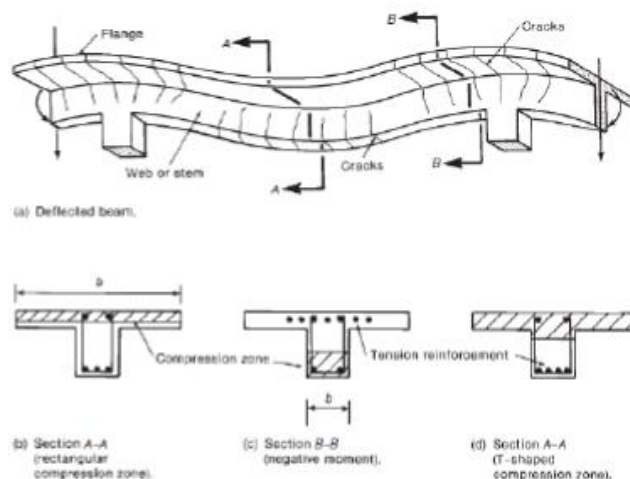
Clase 3: Análisis de vigas placas



Asumimos que la losa lleva las cargas en una dirección hacia las vigas y éstas las transportan en forma perpendicular hacia los apoyos. Durante la construcción, el H° se vierte junto o separado con el de vigas y losas, formando una estructura monolítica. Como resultado, la losa es el reborde superior de las vigas. El sombreado es lo que llamamos viga placa.

Podemos ver a continuación una vista de una viga deformada exageradamente donde se puede ver el funcionamiento de las mismas:

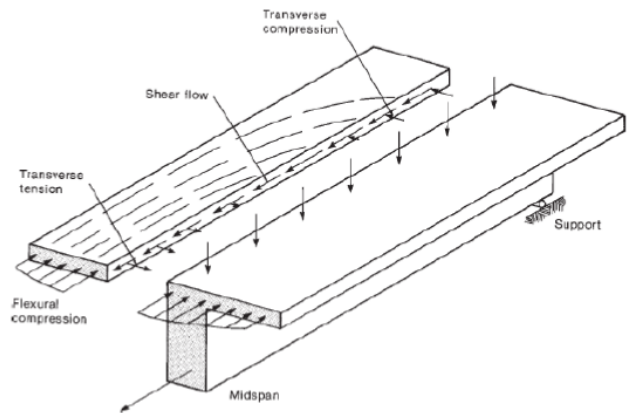
La viga sufre momentos positivos en A-A y momentos negativos en B-B. En el centro del tramo, la zona de compresión la tenemos en la losa (b) con el eje neutro dentro de la losa. Podemos tener algunos casos particulares



donde el eje neutro esté dentro del nervio (d) y estos casos corresponderían a vigas con cargas muy elevadas, muy esbeltas o secciones de poco peralte/altura. Cuando el momento cambia de signo, la sección comprimida pasa a ser la zona del nervio.

Ancho efectivo de las vigas placas

En el apoyo, no hay tensiones de compresión longitudinales en el reborde, pero en el medio del tramo (M max) todo el ancho de la losa colabora con las tensiones de compresión. Esta transición requiere de tensiones tangenciales horizontales en la interfaz de la placa-nervio de la viga. Como resultado, se produce un efecto de “corte-lag”, donde las porciones de losa cercanas al nervio son más fuertemente traccionadas que aquellas que se encuentran alejadas.

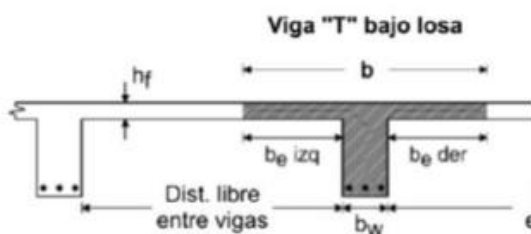


Debido al esfuerzo de corte:

- Aparecen tensiones tangenciales que tienden a distorsionarlo.
- Las secciones transversales no se mantienen planas con la aplicación de cargas (no se cumple Bernoulli- Euler). Al no cumplirse esta hipótesis, la distribución de tensiones normales deja de ser uniforme para las fibras ubicadas a igual distancia del eje neutro. (Leer siguiente párrafo).
- El ala comprimida se deforma.

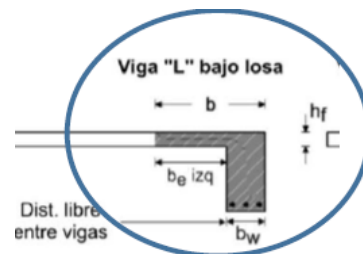
En la imagen podemos ver la distribución de las tensiones de compresión en una losa que forma las alas de una sección de vigas T. El esfuerzo de compresión es máximo en cada sector del nervio, y va disminuyendo entre los nervios. Al diseñar la sección de momentos positivos, se usa un ancho de influencia de colaboración de losa de compresión eficaz.

Para simplificar este ancho, el CIRSOC permite adoptar un ancho máximo b_e “ancho activo”. Dentro del ancho activo, las tensiones se adoptan constantes, y por fuera del mismo, las tensiones se desprecian. Las resultantes del volumen de tensiones del diagrama idealizado coinciden en magnitud y posición con el diagrama real.



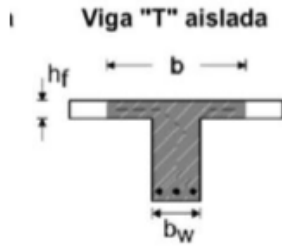
Para Vigas “T” bajo losa (artículo 8.10.2)

- $b = b_w + b_e \text{ izq} + b_e \text{ der}$
- $b \leq \text{Luz de la viga} / 4$
- b_e (izq ó der) mínimo
 - $8 \cdot h_f$
 - $\frac{1}{2}$ distancia libre a viga adyacente)



Para Vigas “L” bajo losa (artículo 8.10.3)

- $b = b_w + b_e$
- $b_e = \text{mínimo}$
 - $6 \cdot h_f$
 - $\frac{1}{2}$ distancia libre a viga adyacente
 - Luz de la viga / 12



Para Vigas "T" aisladas (artículo 8.10.4)
 a) $h \geq b_w / 2$
 b) $b \leq 4 \cdot b_w$

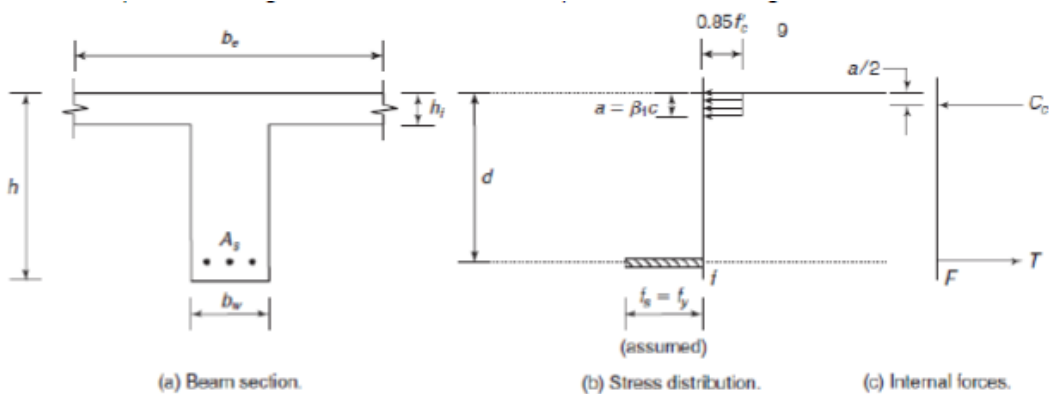
Análisis del momento nominal en vigas placas para secciones con momento positivo

El modelo de bloque de tensiones de Whitney puede usarse cuando la profundidad del eje neutro c , no exceda a la altura de la losa h_f .

El procedimiento para el análisis del momento nominal M_n , para secciones con alas en la zona de compresión, puede dividirse en dos casos generales:

- 1- Para el caso 1, $a \leq h_f$. Este caso es el que generalmente gobierna o está presente en este tipo de secciones de H^oA^o para determinar M_n .
- 2- Para el caso 2, $a > h_f$.

El análisis del caso 1 es básicamente el que desarrollamos para secciones rectangulares, simplemente armadas. Lo único que cambia es que ahora el ancho de la zona de compresión, es igual al ancho activo de la losa, llamado b . Antes, el ancho era el del nervio, conocido como b_w .



Caso 1 : $a \leq h_f$ "podemos calcular la viga como rectangular de ancho b "

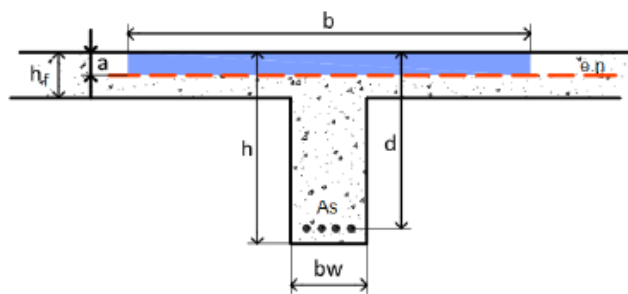
- 1) Asumimos $a = \beta_1 c \leq h_f$
- 2) Asumimos $\epsilon_s \geq \epsilon_y$ estamos en fluencia
- 3) Sabemos que:

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0.85 \cdot f'_c \cdot b}$$

- 4) Ahora con a confirmar $\epsilon_s \geq \epsilon_y$
- 5) Calcular M_n :

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad \text{Si se}$$

conoce el momento externo M_u



Si se conoce M_u ($\Phi M_n = M_u$), y se necesita determinar la armadura:

$$Mn = 0.85 f'c a b \left(d - \frac{a}{2} \right) = 0.85 f'c b d^2 ka \left(1 - \frac{ka}{2} \right)$$

$$mn = \frac{Mn}{0.85 f'c b d^2} = ka \left(1 - \frac{ka}{2} \right)$$

Despejando ka de la expresión anterior:

$$ka = 1 - \sqrt{1 - 2 * mn}$$

Si $a \leq ht$

$$As = \frac{ka \cdot 0.85 f'c \cdot d \cdot b}{fy}$$

Caso 2: debe dividirse el problema en dos partes: las alas de la losa por un lado, y el bloque de compresión de la viga por el otro lado.

Las fuerzas internas en las dos secciones que hemos separados serán:

Para la fuerza de compresión en la losa ó alas:

$$C_f = 0,85 f'_c h_f \cdot be$$

$$= 0,85 f'_c h_f \cdot (b - bw)$$

$$C_w = 0,85 f'_c a bw$$

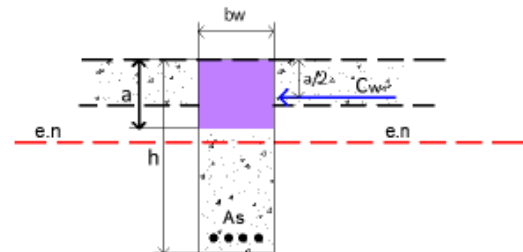
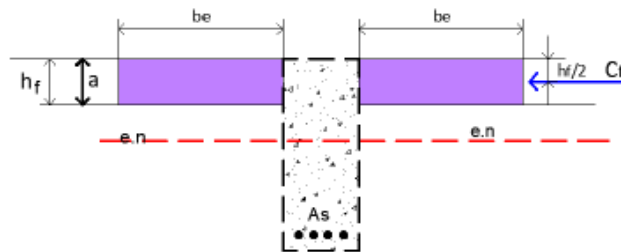
Aquí tenemos que para equilibrar estas fuerzas:

$$T = As fy = C_f + C_w$$

$$a = \frac{T - C_f}{0,85 \cdot f'_c \cdot bw}$$

Como en los casos anteriores, teniendo “a” podemos determinar c y confirmar que el acero está trabajando a una tensión igual o mayor a la fluencia. Si esto se confirma, el Mn podemos encontrarlo sumando los dos momentos de las dos piezas virtuales y tenemos:

$$Mn = C_f \left(d - \frac{hf}{2} \right) + C_w \left(d - \frac{a}{2} \right)$$



Si se conoce el momento externo M_u factorizado y se necesita determinar la armadura:

$$A_s_f = \frac{C_f}{f_y}$$

Para conocer la armadura del nervio:

$$M_n = \frac{M_u}{\phi} = M_{nf} + M_{nw}$$

$$M_{nw} = M_n - M_{nf} = M_n - C_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right)$$

$$m_n = \frac{M_{nw}}{0,85 f_c b_w d^2} \quad k_a = 1 - \sqrt{1 - 2m_n} \leq k_{a\max} \leq 0,318$$

$$a = k_a d$$

$$C_w = 0,85 f_c k_a d b_w$$

Entonces... .. $A_{s_w} = \frac{C_w}{f_y}$ ó $A_{s_w} = \frac{k_a 0,85 f_c b_w d}{f_y}$

La armadura total de la viga placa será: $A_s = A_{s_f} + A_{s_w}$

Cuantías mínimas en vigas placas

Como para el caso de una típica sección T sometida a flexión positiva, comenzarán las fisuras a flexión en la parte inferior de la sección, para el cálculo de ρ se usa el ancho del nervio, no el de toda la losa.

Ahora bien, si el momento es negativo y la parte que se encuentra traccionada es la de la losa, el análisis no es tan claro o evidente. Es coherente pensar que la fuerza de tracción que va a fisurar por flexión al H° va a ser mucho más grande, ya que, al tener mayor sección, la resistencia a tracción también aumentará.

El CIRSOC no recomienda la modificación de la ecuación, sino que lo que hace es recomendar que cuando la losa esté traccionada, se tome $2 \cdot b_w$ en vez de b_w .

$$A_s \min \geq \frac{2 \cdot 1,4 b \cdot d}{f_y} \geq 0,25 \sqrt{f_c} \frac{b \cdot d}{f_y}$$

$$k_a \min = \frac{2,8}{0,85 \cdot f_c}$$

Para vigas que son isostáticas, se pone el doble de armadura porque no hay redistribución de momentos, pero para el caso de vigas hiperestáticas eso no es necesario ya que se da la redistribución de momentos, y además las armaduras de repartición colaboran resistiendo el momento por más de que no se calculen. Ejemplo: vigas en voladizo o viga invertida en secciones de apoyo.

Capítulo 3: Análisis y cálculo de losas de hormigón armado

Las losas, o placas delgadas de $H^\circ A^\circ$ son piezas que se caracterizan por tener dos dimensiones significativas frente al espesor, y deben soportar cargas predominantemente perpendiculares a su plano medio.

Las losas pueden apoyarse en dos lados, en cuyo caso la acción estructural es fundamentalmente **en una dirección**, o en los 4 lados, con lo que se tiene una acción de **losa en dos direcciones**. En algunos casos, aunque la losa esté apoyada en los 4 lados, si la relación de luces es de 2, la mayor parte de la carga se transmitirá en la dirección más

corta. Esta clasificación principal, se determina en base a la relación de los lados de la placa:

- **Losas unidireccionales:** se comportan como una barra y se cumple: $\lambda > 2$ ó $\lambda < 0,50$
- **Losas bidireccionales:** se comportan como una placa y se cumple: $0,50 < \lambda < 2$.

Ver más adelante la expresión de λ en página 57.

Cargas actuantes

Las estructuras deben diseñarse para la totalidad de las cargas $q = D + L$. Dentro de D, están las cargas de peso propio de los materiales constitutivos de los entrepisos y de los elementos adosados permanentemente al mismo. Suelen estar distribuidas por unidad de superficie. También hay cargas lineales a considerar, como el caso de paredes que apoyan directamente sobre las losas. En este último caso, deben tenerse en cuenta tanto la dirección de armado de la losa, como la orientación del muro en relación a la armadura (para losas armadas en una sola dirección).

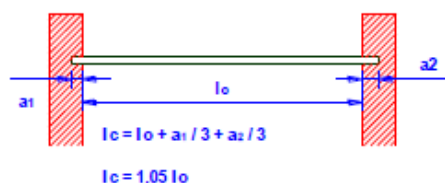
Las cargas vivas (L) son de distribución uniforme, lineal o puntual que resultan de la acción humana, y sus valores dependen del uso que se le dé al espacio en cuestión.

Clasificación

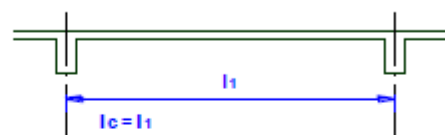
Criterio	Clasificación
Forma	Rectangulares.
	Otras formas: circulares, triangulares, trapezoidales, etc.
Tipo de sustentación	Apoyo lineal: apoyan sobre vigas o paredes, bordes de H°A° o perfiles metálicos.
	Apoyo puntual: apoyan directamente sobre columnas.
Características constructivas	Macizas o llenas: conformadas en todo su espesor por H° con la correspondiente armadura.
	Nervuradas o alivianadas: en las zonas traccionadas, el H° es reemplazado por materiales más livianos, concentrándose las armaduras en las nervaduras.
Armado	Armaduras en una dirección.
	Armaduras en dos direcciones.

Luces de cálculo

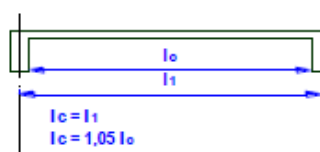
1° - Apoyos sin restricción al giro



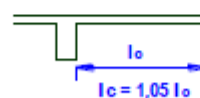
3° - Para losas continuas



2° - Apoyos con restricción parcial o total al giro



4° - Para losas en voladizo



Apoyos. Tipos de sustentación

- a- Vinculación a muro de mampostería: hay un cierto empotramiento de la losa que dependerá de la carga que proporciona el muro ubicado por encima de la misma. Si la carga es del orden de 30/40 cm, el empotramiento es nulo y se considera como simplemente apoyado.
- b- Vinculación a viga de borde de $H^{\circ}A^{\circ}$: la mayor/menor rigidez a torsión de la viga determinará el grado de empotramiento de la losa. En general es un borde simplemente apoyado.
- c- Vinculación de apoyo continuo sobre viga de $H^{\circ}A^{\circ}$: en los apoyos continuos, el momento en el encuentro entre las losas y la viga, es absorbido por estos elementos proporcionalmente a sus rigideces. Suponiendo que las vigas son suficientemente rígidas a flexión, es posible admitir que no se producirán descensos verticales significativos como para modificar el estado de solicitaciones de las losas. Cuanto menor sea la rigidez a torsión de la viga, mayor será la capacidad de giro de la losa. Los apoyos extremos se comportan como bordes simplemente apoyados, que permiten la libre rotación de la losa, pero impiden su deflexión. La rigidez torsional de la viga, debe despreciarse en el cálculo de las solicitaciones. Los momentos torsores despreciados, como su incidencia sobre los elementos de sustentación, deben tenerse en cuenta al momento de proyectar las armaduras.
- d- Bordes libres: son bordes donde ni la flecha ni la rotación están impedidos.

Nota: siempre vamos a poder manejar momentos de estructuras hiperestáticas, jamás en casos isostáticos como lo es un voladizo. No puedo disminuir el momento en el apoyo y aumentarlo en el tramo como si nada, porque no hay redistribución de momentos. Si yo no establezco el mismo valor de momento en el apoyo intermedio, la única manera de que el equilibrio se cumpla, es que la viga trabaje a torsión. La torsión, solo se tiene en cuenta en casos donde si o si la necesito considerar para conseguir el equilibrio.

Predimensionado de espesores

Para evaluar las cargas que solicitan a una losa, primero es necesario predimensionar el espesor, para de esta manera poder determinar el peso propio de la misma. Posteriormente, ese espesor debe ser verificado. Existen 2 condiciones determinantes:

- 1- **Condición de resistencia:** que soporte las cargas que las solicitan con un adecuado margen de seguridad prefijado.
- 2- **Condición de deformación:** la flecha máxima de deformación se limita a valores aceptados por reglamento, por condiciones de uso o estética.

La segunda condición es la que define el espesor necesario, y sobre ella se basa el predimensionado.

CIRSOC 201/2005

Losas armadas en una dirección:

La esbeltez de la losa (l/h), no debe ser muy elevada porque si no la deformación por flexión puede resultar muy grandes. Cuando las deformaciones posibles no se calculan de manera precisa, debe mantenerse la esbeltez en función de la siguiente condición:

Elementos	Altura o espesor mínimo : h			
	simplemente apoyados	con un extremo continuo	ambos extremos continuos	en voladizo
Losas macizas armadas en una dirección	$l/20$	$l/24$	$l/28$	$l/10$
Vigas o losas nervuradas en una dirección	$l/16$	$l/18.5$	$l/21$	$l/8$

El código da espesores sumamente grandes.

Losas armadas en dos direcciones:

Abaco es una zona de mayor rigidez en la losa, que se genera en las proximidades de las columnas. Se aumenta la altura de la losa.

- El espesor mínimo para losas *con vigas en todos sus lados* debe ser:

- para $\alpha_m \leq 0.2$

aplicar los límites para losas sin vigas

- para $0.2 < \alpha_m \leq 2.0$

$$h \geq \frac{I_n (0.8 + f_y / 1400)}{36 + 5 \beta (\alpha_m - 0.2)}, \quad h \geq 12 \text{ cm} \quad (10.3)$$

- para $\alpha_m > 2.0$

$$h \geq \frac{I_n (0.8 + f_y / 1400)}{36 + 9 \beta}, \quad h \geq 9 \text{ cm} \quad (10.4)$$

donde: I_n : luz libre en el sentido del lado mayor

β : relación entre luces libres mayor y menor de la losa

$$\alpha = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s}$$

con: E_{cb} , E_{cs} módulos de elasticidad de viga y losa respectivamente

I_b momento de inercia de la viga efectiva según fig.10.4

$$I_s = \frac{l_2 h^3}{12} \quad \text{momento de inercia de la losa según fig.10.4}$$

Luego: α_m valor promedio de α para todas las vigas de borde en un panel de losa.

Para relación de lados $\beta > 2$, las ec.(10.3) y (10.4), basadas en la longitud del lado mayor, conducen a resultados poco razonables. En esos casos emplear las disposiciones para losas derechas, armadas en una dirección.

- El espesor mínimo de las losas *sin vigas interiores entre apoyos*, para relación de lados $\beta < 2$, con $f_y = 420 \text{ MPa}$, debe ser:

- losas sin ábacos			
losas exteriores	sin vigas de borde	$h \geq l_n / 30$	
	con vigas de borde	$h \geq l_n / 33$	
losas interiores		$h \geq l_n / 33$	(10.5)
mínimo		$h \geq 12 \text{ cm}$	
- losas con ábacos			
losas exteriores	sin vigas de borde	$h \geq l_n / 33$	
	con vigas de borde	$h \geq l_n / 36$	
losas interiores		$h \geq l_n / 36$	(10.6)
mínimo		$h \geq 10 \text{ cm}$	

donde l_n es la luz libre entre caras internas de los apoyos y en el sentido del lado mayor. Viga de borde se refiere al borde exterior y debe ser $\alpha \geq 0.8$.

Recomendaciones para el cálculo de espesores según la cátedra

Como el código actual es sumamente conservador, los espesores de las losas resultan sumamente grandes de acuerdo a la experiencia profesional. Para obtener alturas más razonables, conviene usar lo que establecía el código anterior. De todas maneras, las alturas son condición necesaria pero no suficiente. Siempre debe verificarse si cumplen con estados límites de servicio y una simplificación puede obtenerse si se impone $k_a \leq 0.21$ de acuerdo a lo visto desarrollado en flexión.

Losas Unidireccionales:

SIN continuidad:	$(L / 35) + \text{recubrimiento}$
CON continuidad a 1 lado:	$(0,87 \times L / 35) + \text{recubrimiento}$
CON continuidad a ambos lados:	$(0,87 \times 0,87 \times L / 35) + \text{recubrimiento}$

Losas Bidireccionales:

SIN continuidad:	$(L / 45) + \text{recubrimiento}$
CON continuidad a 1 lado:	$(0,87 \times L / 45) + \text{recubrimiento}$
CON continuidad a ambos lados:	$(0,87 \times 0,87 \times L / 45) + \text{recubrimiento}$

El recubrimiento suele adoptarse igual a 2 cm. Siempre tenemos que tener presente que cuando bajamos el espesor, la cantidad de armadura necesaria sube, y lo mismo sucede a la inversa.

Nota: la cuantía mínima en losas tiene que ver con la retracción de fragüe y la variación de temperaturas, y es igual a 0.18 % (0.0018). No tiene nada que ver con la cuantía mínima que tomamos para el caso de flexión. Lo mismo sucede con las armaduras de repartición.

El corte en losas queda fuera de lado en la mayoría de los casos, en general jamás hay problemas de corte en losas. La contribución del H° al corte debe ser suficiente para cubrir la sollicitación externa.

Cálculo de las solicitaciones en losas armadas en dos direcciones

Método elástico

Considera a la losa sometida a cargas de servicio, y se supone comportamiento elástico perfecto, admitiendo el principio de superposición. Las deformaciones deben mantenerse dentro de la Teoría de Primer Orden.

Métodos aproximados

Dan soluciones aproximadas pero su utilización es muy sencilla. Han sido desarrollados mediante simplificación al planteo del método elástico, considerando alguno de ellos, en forma parcial, el efecto de las deformaciones plásticas del H° . Para losas con gran diferencia entre longitudes del lado mayor y menor, es muy usado el “Método de las fajas”. Para losas con lados casi iguales, se usa el método de Marcus (reglamento alemán) o el de Siess Newmark (reglamento americano).

El método de Newmark considera la vinculación real de las losas con las vigas, pero en vez de adoptar un apoyo de libre rotación sin descensos, supone un empotramiento parcial y considera la deformación por flexión de las vigas con relación a las dimensiones más usuales de la rigidez a flexión y torsión de las vigas vinculadas a las losas y su relación con la rigidez a flexión de éstas.

Método Plástico o de las líneas de rotura

Considera a la losa trabajando con cargas de rotura y en la fase de inicio de la rotura, antes de producirse el desmembramiento. Se asume la generación de rótulas plásticas apareciendo grandes deformaciones, y cuyo funcionamiento se desarrolla dentro de la Teoría de Segundo Orden (∴ no puedo aplicar superposición).

Es el método más reciente, y se basa en el principio de los trabajos virtuales. Básicamente se va cargando la losa y se va viendo por donde se fisura. Esas fisuras lineales que se desarrollan en la superficie de la losa, vendrían a ser lo mismo que las articulaciones puntuales en una viga lineal. En función de la deformación, pueden conocerse los giros de la placa, y teniendo los giros se puede plantear trabajo virtual. Finalmente, lo que se busca es el momento máximo a rotura de una losa para una configuración de carga.

Desarrollo del método elástico o exacto

Se adopta la teoría de Love-Kirchof, que supone al H° como un material elástico, isótropo y homogéneo. Si bien en la realidad, el H° no cumple con estas condiciones, el equilibrio de la estructura está garantizado, aunque la compatibilidad de deformaciones no se cumple. Partiendo de la ecuación de Lagrange, es posible vincular la elástica de deformación ω con la carga unitaria q que la provoca:

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{q}{D}$$

D es el coeficiente de rigidez flexional de la losa.

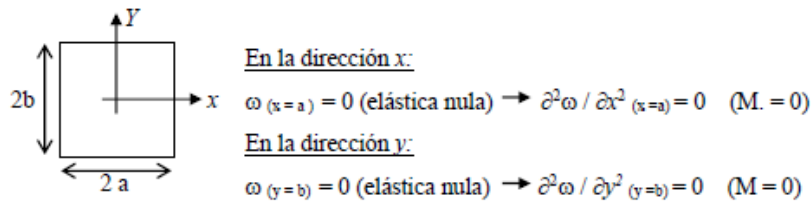
$$D = \frac{h^3 E_b}{12(1 - \nu^2)}$$

- E_b : módulo elástico H° (20.000 < E_b (Mpa) < 35.000)

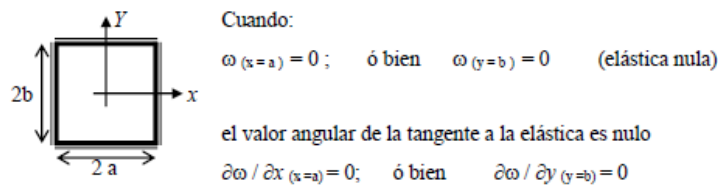
– ν : Coeficiente de Poisson ($0.15 < \nu < 0.20$)

La solución de la ecuación diferencial consiste en hallar la función $\omega = \omega(x,y)$ que satisfaga dicha ecuación. Para ello hay que calcular las 4 constantes de integración asociadas a las condiciones de los 4 bordes.

Para un borde simplemente apoyado debe cumplirse:



Para bordes empotrados



Para borde libre, la reacción es = 0.

El significado físico de la ecuación diferencial de Lagrange es que una carga que actúa sobre una placa de rigidez flexional D , es transportada a los apoyos en la dirección x por el momento M_x , y en la dirección y por el momento M_y . Además, por el momento torsor M_{xy} , lo que puede expresarse como:

$$q^x + q^y + q^{xy} = q$$

Las expresiones que vinculan la elástica con las solicitaciones de flexión, corte y torsión son:

Flexión

$$M_x = -D (\partial^2 \omega / \partial x^2 + \nu \cdot \partial^2 \omega / \partial y^2)$$

$$M_y = -D (\partial^2 \omega / \partial y^2 + \nu \cdot \partial^2 \omega / \partial x^2)$$

Torsión:

$$M_{xy} = M_{yx} = -D (1 - \nu) (\partial^2 \omega / \partial x \partial y)$$

Corte:

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = -D \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\partial^2 \omega / \partial x^2 + \partial^2 \omega / \partial y^2)$$

$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = -D \cdot \frac{\partial}{\partial y} (\partial^2 \omega / \partial x^2 + \partial^2 \omega / \partial y^2)$$

Los esfuerzos de corte difieren de las reacciones en los apoyos porque en los esfuerzos influyen también los momentos torsores. En las placas simplemente apoyadas, los momentos torsores son máximos.

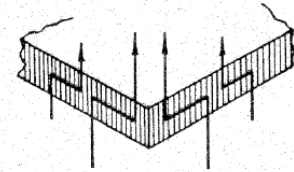
$$V_x = - (Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y})$$

$$V_y = - (Q_y + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x})$$

Si a las secciones de un encuentro de bordes las subdividimos en áreas de longitud Δx y Δy , es posible expresar los momentos torsores que actúan como un par de fuerzas cuyos módulos serán $\Delta M_{xy}/\Delta x$ y $\Delta M_{xy}/\Delta y$ respectivamente.

Estas componentes de fuerzas se suman, dando en la esquina de la plaza una resultante Z que tiene a levantar a la losa. Esta fuerza de esquina debe ser tomada por medio de un anclaje (tensor) o por medio de una armadura complementaria.

Nota de clase: cuando una losa está apoyada sobre muros, si en los extremos no se arriostra como corresponde y los vértices no están anclados, los momentos torsores desaparecen y la carga q debería ser transmitida a los apoyos solo a través de M_x y M_y . Como consecuencia, los momentos flectores se incrementan.



Para evitar este problema, lo que se hace es colocar una armadura extra en las esquinas, mediante armaduras cruzadas paralelas a los bordes o mediante una armadura paralela a la diagonal. En edificios esto raramente sucede, porque la vinculación de las losas con los demás elementos se da a través de vigas, es decir que las losas siempre están ancladas y además las losas son continuas, por lo que los momentos torsores siempre están presentes.

Esto puede suceder en la losa aislada de un garaje por ejemplo que está apoyada en 4 paredes. En esos casos, en vez de reforzar en las esquinas, lo que hago es calcular la losa como si no estuviese sometida a esfuerzos torsores y listo.

Desarrollo del método de Marcus (Loser) para el cálculo de losas cruzadas

Marcus consideró la losa formada por 2 haces de fajas de ancho unitario, sometida a una carga q . Las fajas se asumen independientes del resto de la losa. En función del tipo de apoyo que tenga la losa, existen tablas que permiten determinar los momentos flectores a los que está sometida la placa. En el caso de usar este método, no habría que reforzar la losa en las esquinas porque solo da valores de momentos flectores (indirectamente contempla la acción del momento torsor ahí adentro).

Los tipos de apoyo que pueden darse son 6:

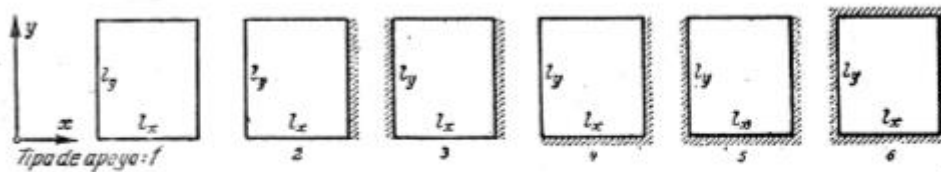
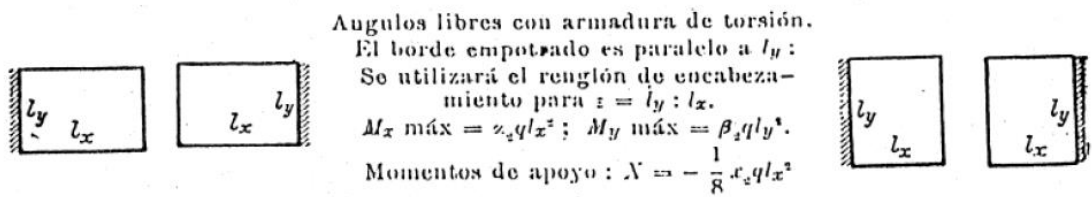


Fig. 197. Los seis tipos de apoyo de la losa de un tramo

Suponiendo que corresponde analizar una losa con apoyos como en el caso 2, ingresando a la tabla:

Tabla 80. Losas con armaduras cruzadas para el tipo de apoyo 2



Unidades: q en t/m^2 , l_x y l_y en m, momentos en tm.

$\varepsilon = l_y : l_x$	α_2	β_2	α_1	ρ_2	$\varepsilon = l_y : l_x$	α_2	β_2	α_1	ρ_2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,60	0,011 72	0,073 02	0,2447	0,7553	1,00	0,033 41	0,027 21	0,7143	0,2857
61	012 22	071 47	2571	7429	01	033 93	026 51	7223	2777
62	012 73	069 93	2698	7302	02	034 45	025 84	7302	2698
63	013 24	068 40	2825	7175	03	034 96	025 18	7378	2622
64	013 75	066 89	2955	7045	04	035 47	024 53	7452	2548
0,65	0,014 27	0,065 39	0,3086	0,6914	1,05	0,035 98	0,023 91	0,7524	0,2476
66	014 79	063 91	3217	6783	06	036 48	023 30	7594	2406

Con los coeficientes de la tabla, es posible calcular los momentos flectores de tramo y apoyo de la losa, en las direcciones x e y. q se expresa en unidades de carga por unidad de superficie.

Los coeficientes surgen de equilibrar la flecha elástica de cada una de las fajas en el centro de la losa.

$$\kappa = \frac{\omega \varepsilon^4}{1 + \omega \varepsilon^4}; \quad q_x = \kappa q; \quad M_x = \frac{\kappa q l_x^2}{m_x}$$

$$\rho = \frac{1}{1 + \omega \varepsilon^4}; \quad q_y = \rho q; \quad M_y = \frac{\rho q l_x^2}{m_y}$$

$$M_x \text{ máx} = v_x M_x \quad \text{y} \quad M_y \text{ máx} = v_y M_y, \quad (644)$$

siendo v_x y v_y los coeficientes de torsión, que siempre resultan menores de 1. Sus magnitudes son aproximadamente:

$$v_x = 1 - \frac{\kappa}{0,15 m_x \varepsilon^2}; \quad v_y = 1 - \frac{\rho \varepsilon^2}{0,15 m_y} \quad (646)$$

Los momentos en el centro del tramo, para el dimensionamiento, son:

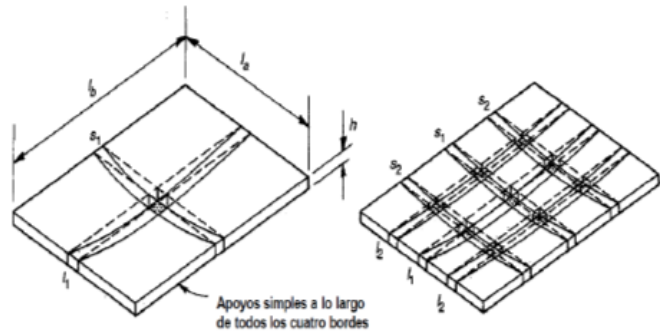
$$\boxed{\text{máx } M_x = q l_x^2 \cdot \frac{\kappa v_x}{m_x} = \alpha q l_x^2; \quad \text{máx } M_y = q l_y^2 \cdot \frac{\rho v_y}{m_y} = \beta q l_y^2} \quad (647)$$

El momento máximo obtenido, es el máximo que puede tomarse cuando se trabaja con losas nervuradas. v_x y v_y se toman = 1 para losas nervuradas con armaduras cruzadas. ρ y κ dan los momentos máximos sin tener en cuenta la torsión, y justamente las losas nervuradas no tienen rigidez a torsión.

Los coeficientes de momentos m_x y m_y dependen del tipo de empotramiento.

Las losas cruzadas tienen menos armadura, porque tienen menos momento flector.

Esto se debe a que la carga no solo es tomada por flexión en las dos direcciones, sino también por momentos torsores. Esto surge de



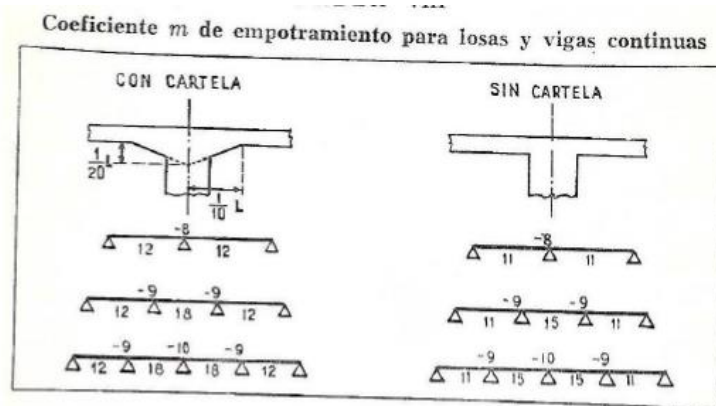
comparar dos secciones, una más próxima a los apoyos que otra. Vemos que la sección que está más cerca del apoyo, se deforma menos que la que está más alejada, pero como las fajas están soldadas entre sí y no hay libertad de deformación, el giro se encuentra levemente impedido y cuando quiero compatibilizar aparece el momento torsor.

ACI 318- Método 1 del Building Code Requirements

Este método tiene como base imponer los momentos de forma tal que ninguna parte de la estructura o losas tenga un momento por debajo del isostático, sumando tramo y apoyo. Se calculan los momentos usando las cargas últimas, por medio de la siguiente ecuación:

$$M = \frac{ql^2}{m}$$

El m, va a tener en cuenta las condiciones de apoyo de la losa.



Para losas armadas en dos direcciones, q se descompone en qx y qy. Esta adaptación se realiza mediante las tablas de ACI (en el método de Marcus multiplicábamos por ρ y κ). La diferencia en este método es que esas tablas ya tienen en cuenta la torsión, no como en el caso anterior que había que afectar al momento de otro coeficiente más (v).

Por lo tanto, las cargas en las direcciones x e y se determinan como:

$$q_x = C_x * q \quad q_y = C_y * q$$

Donde Cx, Cy son los coeficientes que se obtienen en función de λ y de las condiciones de apoyo o de continuidad de cada paño. Estos coeficientes se encuentran tabulados. λ constituye una medida práctica de las rigideces relativas del paño considerado en ambas direcciones. Siempre 0,5 < λ < 2,0.

$$\lambda = \frac{k_x l_x}{k_y l_y} \text{ relación entre las distancias que separan las líneas de inflexión}$$

l_y, l_x son las luces libres de las losas y los k definen la posición de las líneas de inflexión (es donde el momento pasa de positivo a negativo). Cuando las luces l_x, l_y no difieren en más del 50 %, k_x y k_y toman valores prácticamente fijos y solo dependen de las condiciones de continuidad del paño. Dichos valores se indican a continuación, para los 6 casos que pueden presentarse en la práctica:

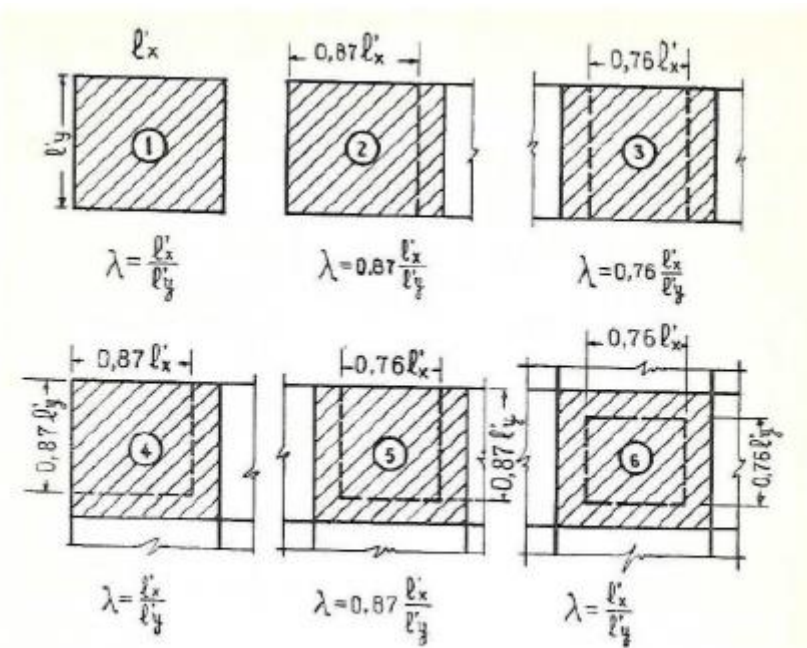


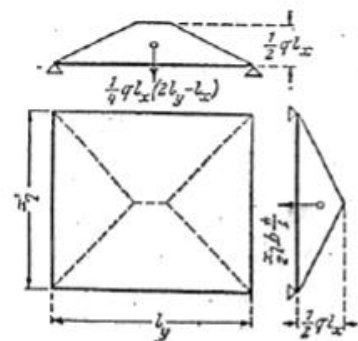
FIG. 13 — Grado de rectangularidad de losas continuas armadas en dos direcciones.

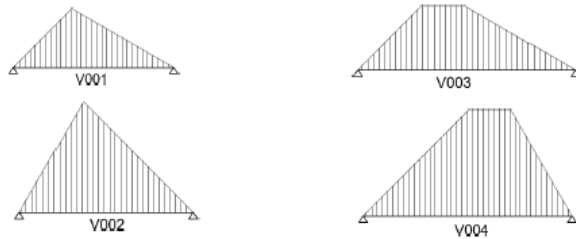
Obtenidos estos coeficientes C_x y C_y , M_x y M_y se calculan como si se tratara de una estructura continua flexada en una sola dirección y sometida a la carga uniforme equivalente respectiva. La expresión genérica es:

$$M_x = \frac{C_x q_u l_x^2}{m_x} \qquad M_y = \frac{C_y q_u l_y^2}{m_y}$$

Otra gran ventaja de este método, es que es muy práctico para llevar las cargas desde losas hasta las vigas ya que trabaja con diagramas rectangulares de carga y no con diagramas triangulares o trapezoidales.

En losas bidireccionales, la distribución de las reacciones sería trapezoidal o triangular. Estas líneas salen de cargar a la losa con q_u y ver por donde se fisura. Por lo tanto, las cargas sobre las vigas tendrían una distribución del tipo:





Esto genera complicaciones en el cálculo de esfuerzos de las vigas. Para evitar esto y poder usar diagramas rectangulares, lo que se hace es determinar una “carga equivalente” y para cada diagrama hay 2 cargas equivalentes: una de corte y otra de momento.

Acá usamos la “carga equivalente de corte”. A través de la tabla ACI y en función de λ es posible determinar C_x', C_y' .

Es importante observar que la suma de los coeficientes $C_x' + C_y' > 1$, eso es porque el método aumenta los valores de corte para poder mantener el equilibrio y contemplar el hecho de que los diagramas en la realidad no son rectangulares.

Cálculo de armaduras de la losa

Una vez que tenemos los momentos en la losa, es correcto pensarla como una viga de un metro de ancho y con las fórmulas vistas en flexión puedo determinar las armaduras. Con la salvedad de que siempre $b=1m$. Vamos a trabajar con ductilidad $\Phi=0,90$.

$$M_u: \phi \times M_n$$

Con este valor de M_n se puede obtener el momento específico mn :

$$mn: \frac{M_n \text{ (KNm)}}{0.85 \times f_c \times 1000 \times b \text{ (1 m)} \times d^2}$$

Si usamos b, d en metros y f_c en Mpa el resultado de esta fórmula es adimensional.

Este valor de mn tiene un máximo que va a estar dado por $mn \leq 0.268$

Si no fuera así habría que redimensionar la losa (mayor altura).-

Obtenido el mn se determina la cuantía mecánica K_a :

$$K_a: 1 - \sqrt{1 - 2mn} \text{ que también debe ser } K_a \leq 0.318 \text{ Verificación de la sección de Hornigón}$$

Ahora podemos obtener la armadura

$$A_s: \frac{K_a \times 0.85 \times f_c \times d \times b}{f_y} \text{ cm}^2 \text{ de armadura}$$

En losas bidireccionales, cuando las armamos, vamos a poner por debajo la armadura que corresponda a la dirección más solicitada, para que tenga un mayor brazo de palanca, y por encima de esta ponemos la armadura que va en la dirección perpendicular.

Ahora bien, nos falta asegurar que la deformación de la losa esté por debajo de los valores de reglamento. Para eso, tenemos dos alternativas: o verificamos las deformaciones, o directamente mantenemos el $K_a \leq 0,21$, igual que en la teoría de flexión. Si la losa se deforma, se rompen las paredes, los pisos, se traban las puertas. Es muy difícil que la losa se caiga, pero es un embole que se deforme toda.

Armaduras mínimas

Como dijimos, el valor de armadura está restringido por problemas de retracción de fragüe y cambios de temperatura entre la capa interior y la exterior del H° , es:

$$A_{s \text{ min}} = 0,0018 \times b \times h$$

Separaciones de armaduras:

- a) Losas en una dirección:
 - S. máxima... $\leq 2.5 h$
 - $\leq 25 \text{ db}$
 - $\leq 30 \text{ cm}$

- b) Losas cruzadas:
 - S. máxima... $\leq 2.0 h$
 - $\leq 25 \text{ db}$
 - $\leq 30 \text{ cm}$

Generalmente, la separación mínima oscila en los 10 cm, menos que eso no se coloca porque constructivamente también es una locura tener que atar tantos hierros. En una losa van en general cada 12/13/15/17 cm, 20 como mucho. Cuantas más juntas estén las armaduras, más controlada tendré la fisuración de la losa. El esparcimiento aproximadamente no debe ser menor a $1.5 \cdot h$. El recubrimiento para $db \leq 32 \text{ mm}$, en ambiente no agresivo, es de 2 cm.

Comparación Método ACI y Método Marcus

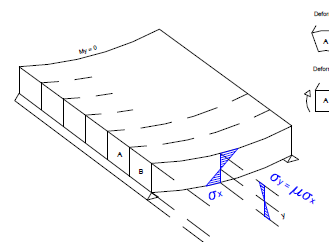
ACI	Marcus
• Menores momentos	• Mayores momentos (más conservativo)
• Reduce el cálculo de losas cruzadas al de 1 dirección	• Considera losas descompuestas en dos sistemas de fajas perpendiculares.
• Las fórmulas tienen en cuenta la acción conjunta de vigas y losas	• Cada faja transmite en su dirección una parte de la carga uniformemente distribuida.
• Considera el descenso por apoyos flexibles	• Considera rigidez flexional infinita en apoyos.
• Análisis de acuerdo a una teoría plástica del hormigón	• Análisis de acuerdo a teoría elástica

Losas armadas en una dirección

La diferencia con las bidireccionales, es la relación de lados, como definimos al principio. Si la diferencia entre el largo y el ancho de la losa es importante, las cargas serán repartidas a través del lado de menor luz (lado de mayor rigidez relativa). Puedo tranquilamente tener losas armadas en una dirección con vigas en los 4 bordes. Profesionalmente, muchas veces conviene armar la losa en una dirección para evitar poner vigas en todos los bordes (en una losa unidireccional con dos vigas donde apoyar la losa me alcanza), y además son más sencillas para calcular. Las losas unidireccionales se calculan como una viga rectangular, de ancho unitario.

Efecto Poisson

Cada una de estas fajas de ancho unitario, se encuentra coaccionando lateralmente con las fajas vecinas, y para restablecer la continuidad es necesario considerar un momento flector en la dirección de mayor luz, que es igual al momento principal (el que se da en la luz menor) multiplicado por el coeficiente de Poisson, que oscila entre 0.10 y 0.21. Suponiendo que la dirección de la luz menor es x, el momento en la dirección y será:



$$M_y = \mu M_x$$

Como en la mayoría de los casos, en los extremos de las losas unidireccionales no hay vigas, es decir que son extremos libres, necesariamente $M_y=0$. Dentro de la losa dicho momento se va amortiguando hasta hacerse nulo en el borde.

Profesionalmente, este fenómeno es tenido en cuenta a la hora de colocar armadura de repartición, que es 20% A_s principal (condición empírica), para que, en caso de que exista dicho momento, la losa sea capaz de cubrirlo. Siempre A_s repartición $>$ A_s min. A_s min es igual que en el caso de losas bidireccionales:

Acero utilizado	Cuantías Mínimas
(a) En losas donde se utilicen barras conformadas con ADN 420 ó ADN 420S ó malla soldada de alambre liso	0,0018
(b) En losas donde se utilice armadura con una tensión de fluencia mayor que 420 MPa	$\frac{0,0018 \cdot 420}{f_y}$

Resumiendo, las 3 funciones principales de la armadura de repartición son:

1. Primero, sirve para sujetar la armadura principal, además de absorber el posible momento por efecto Poisson.
2. Segundo, ayuda a cubrir los efectos de retracción de fragüe y cambios de temperatura.
3. Tercero, al coser la armadura longitudinal principal, permite que la carga se reparta mejor.

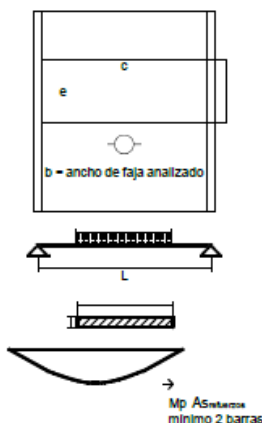
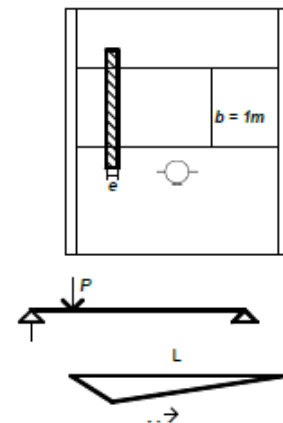
Dicha armadura tendrá una separación máxima de $3 \cdot h$ ó 25 cm.

Muro perpendicular a la dirección de armado de la losa

Se considera a la carga de la losa como una carga puntual, y analizamos las solicitaciones por metro de losa. El valor de la carga será:

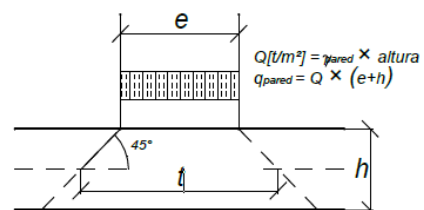
$$P = \gamma_{muro} \times 1m \times esp \times altura$$

El refuerzo de la losa se coloca en la zona donde está el muro. Voy a tener la armadura para soportar las cargas por unidad de superficie, y en la zona de los muros, una armadura extra.



Muro paralelo a la dirección de armado de la losa

La losa se calcula con toda la carga que tengamos, y en la zona donde va la mampostería, ponemos refuerzo. Ponele, la losa estará armada con $\Phi 8$ c/15, y justo en la zona donde está el muro la armadura tendrá $2\Phi 8$ o $2\Phi 10$ de refuerzo. El ancho de influencia mínimo del muro se toma a 45° hasta el eje baricéntrico de la losa.



Disposiciones constructivas

En losas unidireccionales, la armadura principal se dispone distribuyéndola con separación constante y paralela a la luz menor. El 50% de dicha armadura se lleva recta hasta los apoyos, y el 50% restante se levanta para poder absorber posibles momentos negativos en los apoyos extremos, o se la interrumpe a $0.15 \cdot L$ de los apoyos intermedios.

Losas nervuradas

Son losas en las que la zona traccionada de H° se sustituye por ladrillos huecos u otros materiales livianos, concentrando las armaduras en las nervaduras que quedan entre las piezas de alivianamiento. Se usan cuando tenemos losas de grandes luces, donde el peso propio de una losa maciza ya juega en contra y básicamente armo la losa para aguantarse a sí misma.

Para garantizar el monolitismo de estas losas, la separación de los nervios no debe ser muy grande (8-10 cm). Si la separación libre entre nervios es de más de 50 cm, conviene armar la capa de compresión con malla de acero o al menos $3\Phi 6/m$, para resistir cargas puntuales, y para contener los efectos de retracción de fragüe y cambios de temperatura. En la zona de momentos negativos la placa debe construirse llena para poder resistir las compresiones inferiores. Pensemos que el ladrillo o Telgopor o cualquiera que sea el elemento que colocamos para alivianar, no va a resistir carga. Por eso, cuando haya grandes valores de momento o de corte, la zona próxima al apoyo se hace de H° macizo. Además, en este tipo de losas suele haber grandes esfuerzos de corte, y haciendo la losa maciza, evito tener que trabajar con estribos en los nervios. En apoyos donde no tenga momento, hago de H° macizo una zona igual al 10% de la luz de la losa, y en apoyos donde tenga momento negativo, entre el 10 y el 20%.

La capa de compresión debe ser de un espesor suficiente como para que no se presenten tensiones de compresión en los nervios (4-6 cm). Además, el ancho de los nervios debe poder contener todas las armaduras que van entre las nervaduras.

Por nervadura mínimo van 2 hierros: uno llegará recto hasta el apoyo y el otro se puede levantar. (50%-50% como en macizas).

En losas donde $l_c = 4-6$ m, para mejorar el trabajo solidario de las nervaduras principales frente a la acción de cargas aisladas, conviene colocar un nervio transversal cuya armadura debe ser igual a la de los nervios principales, y se colocara tanto inferior como superiormente. Si la luz supera 6m, se deben colocar al menos 2 nervios transversales.

Se pueden calcular a través del método de las fajas, pero si usamos Marcus Loser, debemos usar la tabla de coeficientes que NO considera la torsión. Si usamos el ACI, se deben usar los C_x , C_y cuya suma da 1, justamente porque estas losas no tienen momentos torsores.

Continuidad de losas

Se dimensionan a flexión, considerando fajas de 1m de ancho y sus solicitaciones resultan del cálculo elástico como si fuere una viga continua

Cuando las cargas vivas sean superiores al 75% de las cargas muertas, $q_L \geq 0.75 q_D$, se debe analizar el sistema de losas con líneas de influencia, porque tenemos que buscar la

posición más desfavorable de la qL , ya que la variación de momento puede ser importante para la estructura.

Cuando $qL < 75\% qD$, la variación en la posición de la carga viva y por consiguiente, la variación de momento, no genera un impacto tan grande. Por lo tanto, los esfuerzos pueden determinarse con el uso de tablas y coeficientes, simplificando el problema.

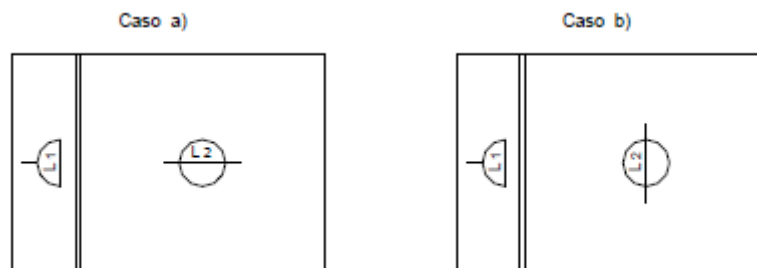
La expresión de $M = qL^2/m$, podrá seguir usándose cuando las luces de todos los tramos sean iguales o difieran en menos del 20% y $qL < 3 * qD$.

Nota: Las líneas de influencia de estructuras hiperestáticas, son muy complejas de resolver. Se obtienen liberando el esfuerzo del cual quiero conocer la línea, por ejemplo, si quiero conocer la línea que genera un momento, coloco una articulación y pongo en evidencia los momentos. La línea de influencia representa la variación de las reacciones de momento o corte en un punto específico de un miembro a medida que una fuerza concentrada se desplaza a lo largo del miembro. Una vez que esta línea es construida se puede determinar fácilmente cuál es la posición de la carga en la estructura que provocaría la mayor influencia en un punto especificado. Además, a partir de los datos del diagrama de influencia podemos calcular la magnitud de los esfuerzos de momento y corte, e incluso el valor de la deformación en ese punto.

Vinculación de una losa en voladizo con otra losa unidireccional

Tenemos 2 casos:

- a- Ambas losas armadas en la misma dirección.
- b- Direcciones de armado opuestas.



El caso a es una estructura isostática. Solo debemos tener en cuenta las posiciones más desfavorables de qL para calcular los máximos momentos en el tramo. En el apoyo, sabemos que el momento vale:

$$X = \frac{(g + p) * L_{voladizo}^2}{2}$$

El máximo momento en el tramo, M_t , se dará cuando no actúa la sobrecarga en el voladizo, o sea para

$$X = \frac{(g) * L_{voladizo}^2}{2}$$

Luego, lo que resta es calcular el momento para una losa simplemente apoyada con un momento aplicado en un extremo. Lo mismo vale para losas adyacentes. En este caso, la posición de la sobrecarga se determina en función de las líneas de influencia de apoyos y tramos.

Para el caso b, teniendo en cuenta que la perturbación del momento por el voladizo se amortigua rápidamente, se resuelve simplemente prolongando la armadura del voladizo en la misma longitud. $L_{armadura} = 2 * L_{voladizo}$.

Determinación de momentos de apoyo en losas continuas

En el caso que se intercalan losas cruzadas de distintas dimensiones o losas bidireccionales con losas armadas en una dirección, el cálculo del momento en el apoyo puede ser complicado.

Suponiendo dos losas continuas, de igual luz y carga, el momento en el apoyo será el mismo $X_1=X_2$. Por lo tanto, el $\Delta M=0$. A medida que las relaciones de luces, sus rigideces o sus cargas se modifiquen, el valor de X_1 diferirá del de X_2 , y, $\Delta M= X_1-X_2$, que deberá ser repartido proporcionalmente a las rigideces de ambas losas para tener un único valor de momento en el apoyo. Se admitirá una diferencia entre estos dos momentos en el caso de que el ΔM sea resistido por una viga de apoyo resistiendo a torsión. Dicha repartición se produce al desbloquear el nudo como consecuencia del giro de la tangente extrema. Este giro se detiene cuando se llega al equilibrio.

Si el $\Delta M \approx 0$, el giro producido será pequeño y se puede asumir la hipótesis de empotramiento perfecto. Hasta $l_{min}/l_{max} > 0.75$ se admite empotramiento perfecto.

Si X_1 y X_2 no difieren en más de un 20% del valor promedio X_p , se acepta a X_p como el valor de momento de apoyo.

Si se supera a este valor, tomar a X_p como momento de apoyo puede conducir a errores, pero repartir el $\Delta M= X_1-X_2 > 0.4 X_p$ en función de las rigideces requiere de un laborioso trabajo de cálculo. En estos casos donde la diferencia entre momentos supera al 40% X_p , se recurren a hipótesis simplificativas que nos mantienen del lado de la seguridad: adoptamos como válidos todos los valores que resultan de calcular el tramo de menor X , como perfectamente empotrado y para el tramo mayor, se calculan los momentos de tramo con la arista común en la hipótesis articulada.

Tomamos el de menor X porque cuando menor sea el valor de momento en el apoyo, mayor será en el tramo (el diagrama “baja”) y por lo tanto estamos del lado de la seguridad. Si yo subo el diagrama para compatibilizar, estoy considerando un momento de tramo menor del que realmente hay.

Plastificación de momentos

Por el fenómeno de la fluencia lenta, (deformación variable en el tiempo bajo cargas constantes), la estructura luego de un tiempo puede disminuir el momento en el apoyo. El problema es que, si disminuye en el apoyo, aumenta en el tramo, si pensamos en un diagrama de momentos para un sistema de losas continuo. Lo que se hace entonces para prevenir problemas a causa de este fenómeno, es plastificar el apoyo, y eso se logra reduciendo el momento en un 15%. El código permite hacer esto bajo ciertas condiciones:

- Los momentos no se deben haber obtenido de métodos aproximados.
- Solo es posible cuando $\epsilon_t \geq 0.0075$ en la sección donde voy a disminuir el momento.
- Se deben recalculan los momentos en tramo para mantener el equilibrio después de la redistribución.

La relación aproximada entre el % plastificado y ξt es de 1000. Es decir, que para tener una plastificación en el apoyo del 20%, la deformación del acero debe ser del 20‰ (2%).

Ahora bien, ¿por qué calculamos plastificado? ¿Qué pasa desde el instante 0 hasta que posta empieza a actuar la fluencia lenta? La respuesta es que nosotros dimensionamos las armaduras para un estado de rotura, por lo tanto, las armaduras responderán de manera eficiente dentro del régimen elástico y no tendré ningún problema.

Siempre la disminución supuesta en un apoyo deberá ir acompañada de un aumento de igual valor numérico en los momentos máximos positivos de los dos tramos adyacentes. Inversamente, si se disminuye el momento en el tramo, deberá aumentarse en los dos apoyos contiguos. En el caso de un tramo extremo donde el apoyo exterior puede suponerse articulado, la modificación supuesta en el momento máximo del tramo será igual a la mitad del ajuste introducido en el apoyo interior.

λ	LOSAS		VIGAS			
	C_1	C_2	$(1 - C_1)$	$(1 - C_2)$	C_1	C_2
0,50	0,89	0,06	0,11	0,94	0,12	0,88
0,55	0,79	0,08	0,21	0,92	0,14	0,86
0,60	0,70	0,10	0,30	0,90	0,18	0,82
0,65	0,64	0,13	0,36	0,87	0,22	0,78
0,70	0,58	0,15	0,42	0,85	0,26	0,74
0,75	0,53	0,18	0,47	0,82	0,30	0,70
0,80	0,48	0,21	0,52	0,79	0,34	0,66
0,85	0,44	0,24	0,56	0,76	0,38	0,62
0,90	0,40	0,27	0,60	0,73	0,42	0,58
0,95	0,36	0,30	0,64	0,70	0,46	0,54
1,00	0,33	0,33	0,67	0,67	0,50	0,50
1,05	0,30	0,36	0,70	0,64	0,54	0,46
1,10	0,28	0,39	0,72	0,61	0,58	0,42
1,15	0,25	0,42	0,75	0,58	0,61	0,39
1,20	0,23	0,45	0,77	0,55	0,64	0,36
1,25	0,21	0,48	0,79	0,52	0,66	0,34
1,30	0,19	0,51	0,81	0,49	0,68	0,32
1,40	0,16	0,57	0,84	0,43	0,74	0,26
1,50	0,14	0,61	0,86	0,39	0,78	0,22
1,60	0,12	0,66	0,88	0,34	0,80	0,20
1,80	0,08	0,79	0,92	0,21	0,86	0,14
2,00	0,06	0,89	0,94	0,11	0,88	0,12

Capítulo 4: Corte

Tensión Diagonal en vigas elásticas homogéneas

El corte (V) es un esfuerzo que existe en función de la variación de momento, es decir que, si el momento es contante, el corte es 0.

$$V = \frac{dM}{dx} \text{ (esfuerzo)} \quad v = \frac{VS}{bI} \text{ (tensión debido a } V\text{)}$$

La falla cortante es de difícil predicción en forma exacta, y más en materiales no homogéneos como es el caso del H°A°.

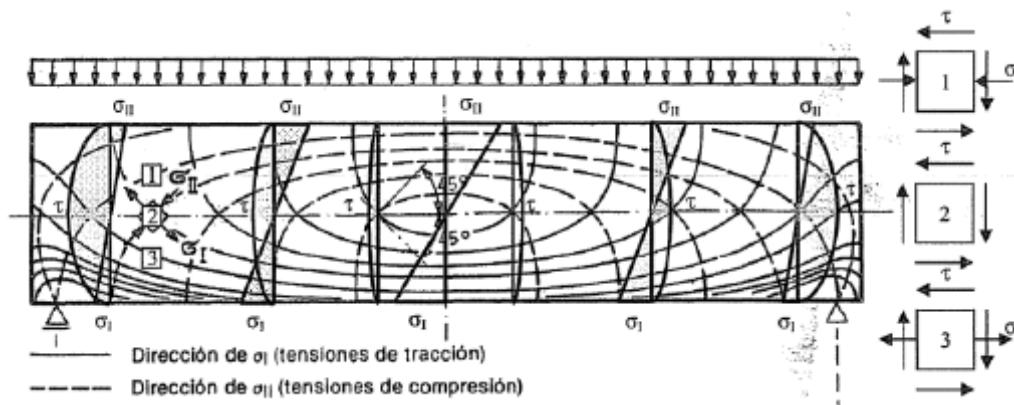
Flexión en viga subarmada sin refuerzo de armadura de corte

Las tensiones de corte combinadas con las tensiones normales de flexión (o también esfuerzo axil) generan un estado biaxial de tensiones principales de tracción y compresión oblicuas, que pueden producir una falla sin aviso. Cuando las fisuras de flexión se van inclinando, es porque empieza a aparecer el problema de corte (fisuras a 45°).

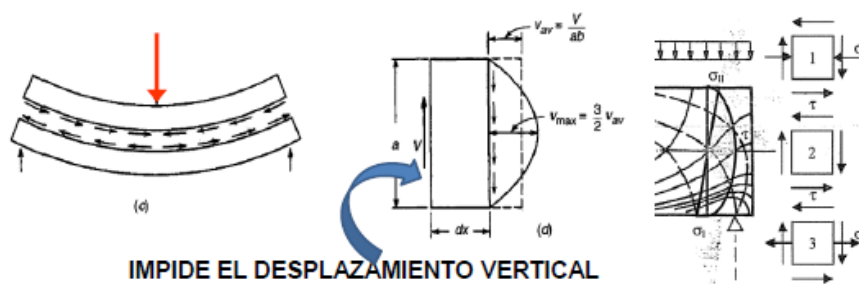
Por lo tanto, no sirve de nada tener una viga bien calculada respecto a los esfuerzos flectores si no voy a reforzar con armaduras que soporten el corte, porque no estaría garantizando la ductilidad de la misma.

A diferencia del análisis de flexión, acá no hablamos de secciones transversales que toman el esfuerzo cortante, sino de secciones de la viga que toman esas tensiones. Los refuerzos se colocan para garantizar que, si la viga falla, falle primero por flexión que por corte.

La verdadera inquietud tiene que ver con el esfuerzo de tensión diagonal, que surge de la combinación de esfuerzos cortantes y de esfuerzos de flexión longitudinal.



En vigas de una sola pieza, existen esfuerzos horizontales que ocurren para evitar el deslizamiento o corte. Estos difieren en intensidad para diversas distancias del eje neutro.



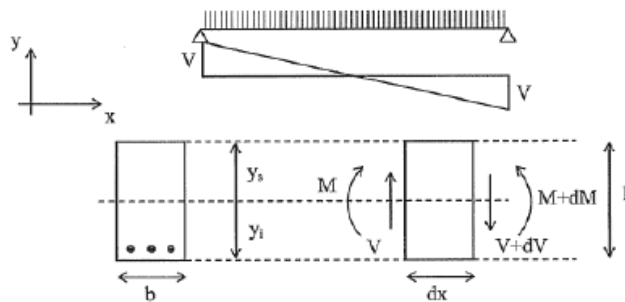
Las tensiones verticales “V” son las que producen las tensiones horizontales en la viga. Esto se origina para mantener el equilibrio de la pieza (ver los cubitos 1 2 y 3). A medida que se van generando estas fuerzas que mantienen todo en equilibrio, se puede ir armando el diagrama de esfuerzos cortantes, que para el caso de una viga simplemente apoyada es una parábola como vemos en la imagen anterior.

Las secciones o la distribución del esfuerzo pueden variar, pero SIEMPRE:

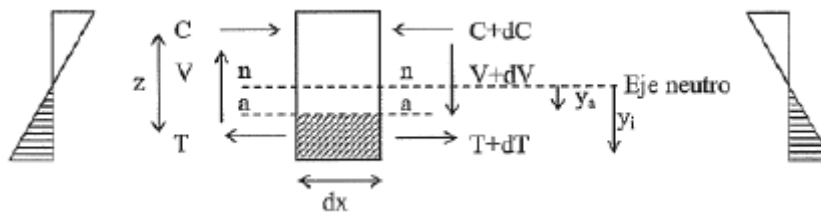
1. El esfuerzo cortante es cero en las fibras exteriores.
2. El esfuerzo cortante es máximo en el eje neutro.

Comportamiento de vigas elásticas: Estado I

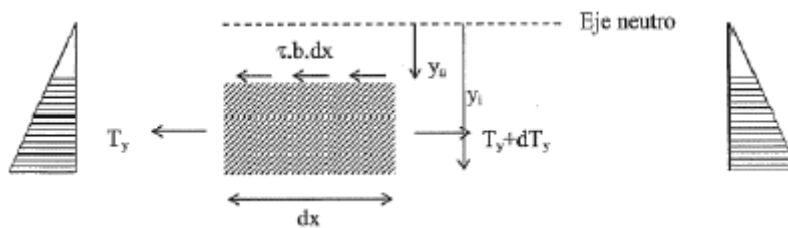
Se analiza una sección de H°A° de una viga SIN fisurar, con una variación lineal de corte. La misma se mantendrá en Estado I.



El equilibrio diferencial de la viga será:



Planteando $\Sigma F_h = 0$ de la sección analizada:



$$dT_y = \tau b dx$$

Despejando la tensión tangencial:

$$\frac{dT_y}{b dx} = \tau$$

Asumiendo z constante en el diferencial dx en estudio:

$$\tau = \frac{dT_y}{b dx} = \frac{1}{b} \cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{M}{z} \right) = \frac{1}{b \cdot z} \frac{dM}{dx}$$

Sabiendo que $dM/dx=V$, la expresión queda:

$$\tau = \frac{V}{b z} \quad (1)$$

Esta es la tensión de corte para una viga fisurada, es decir, en el Estado II.

Continuando con una viga en el estado I, sabemos que, en el eje neutro, hay tensiones de corte pura y exclusivamente. Buscando las direcciones principales, podemos obtener las tensiones principales de compresión y de tracción que son las que más nos interesan en el dimensionado de H°A° (no en vigas de acero).

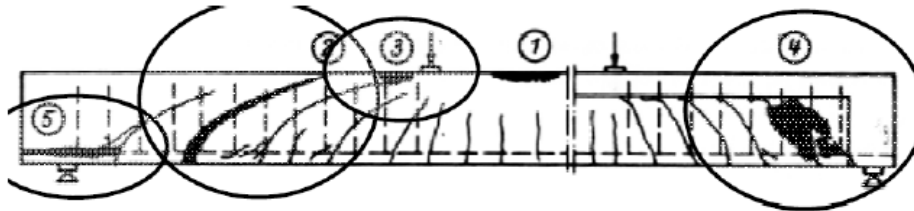
Podemos entonces transformar ese cubito de tensiones puras de corte, en un elemento donde se anulan las tensiones tangenciales y las tensiones normales alcanzan sus valores máximos y mínimos (compresión y tracción). Las direcciones principales están a 45°.

El código limita los valores de tensiones tangenciales, para indirectamente poder controlar los valores de la tensión principal de compresión, ya que de otra manera no podría restringirlos. La tensión tangencial por sí sola no me dice nada, pero si esta tensión es muy grande, puede explotar la biela de compresión (rotura 4).

La tensión principal de tracción no tiene este problema, porque a estas tensiones las puedo controlar poniendo armadura longitudinal y estribos,

Comportamiento de vigas fisuradas: Estado II

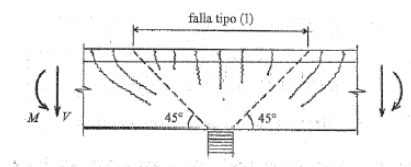
El análisis de tensiones en el Estado II no puede hacerse sobre una sección determinada debido al estado de fisuración oblicuo de la pieza. Por lo tanto, se debe recurrir a un estudio integral del elemento estructural.



- 1) Rotura por FLEXION PURA
- 2) Rotura en el alma de la viga por TRACCION debido al CORTE
- 3) Rotura del CORDON COMPRIMIDO debido al ascenso de fisuras producidas por el CORTE.
- 4) Rotura en el alma de la viga por COMPRESION debida al CORTE
- 5) Rotura en el apoyo por ANCLAJE DEFECTUOSO

Para vigas continuas en las zonas de apoyos coexisten grandes momentos con grandes esfuerzos de corte, y pueden producirse los casos de rotura 2 3 y 4.

Sobre el apoyo se comprueba que el esfuerzo de corte no influye notablemente y la rotura a esperar es del tipo 1. Las cargas se transmiten directamente por tensiones de compresión y no hay influencia de corte. La influencia del corte se vuelve notoria recién a una distancia “d” del eje del apoyo.



Valor de cálculo de la tensión tangencial

Los métodos de cálculo se basan en modelos físicos que tienen comprobación en ensayos de laboratorio. Para que estos resultados puedan extrapolarse a la práctica, hace falta definir un parámetro de comparación que establezca el campo de validez donde la teoría esté avalada. El parámetro usado se llama valor de “tensión tangencial”, pero este valor de por sí no significa nada. Sí se imponen límites máximos a sus valores e indirectamente controla las tensiones principales de compresión.

$$v_v = \frac{V_n}{b d} \quad (2)$$

La tensión de corte en sí no nos dice nada, simplemente es un valor en el que nos apoyamos para controlar σ_1 y particularmente σ_2 .

Criterio para la formación de fisuras diagonales

Como consecuencia de la aparición de las fisuras a 45° , tenemos el cordón comprimido y la armadura traccionada y no podemos aplicar la fórmula de Colignon-Jouraski para evaluar las tensiones tangenciales, debido a que no se tiene en cuenta la influencia de la armadura de flexión y además el material no es homogéneo y elástico (estamos en estado II). Entonces, la expresión que vamos a usar para calcular tensiones en secciones fisuradas es la (2). El valor calculado será un promedio de la intensidad de la tensión de corte en la sección y el valor máximo en el eje neutro excederá este promedio, pero en una cantidad moderada.

En consecuencia, la mayor parte de fisuras se generará cerca del eje neutro cuando alcanza el valor de resistencia del hormigón.



De ensayos surge la determinación de la tensión de corte v_{CR} para la cual se produce la fisura diagonal.

Viga sin armadura de corte

Si V es grande y M es pequeño, no se presenta fisura por flexión antes de la fisura diagonal. La tensión principal de tracción tiene una inclinación de 45° y de igual valor que la tensión de corte.

Como no hay armadura transversal, luego de alcanzada la resistencia a tracción del H^o , la fisuración se propaga y ocurre la falla.

De la evaluación de ensayos, las fisuras de tensión diagonal aparecen para tensiones de corte de:

$$v_{CR} = 0.3 \sqrt{f'_c} \quad (A)$$

Si M y V tienen valores importantes, primero aparecerán las fisuras por flexión que estarán controladas por la existencia de armadura. Como el área NO fisurada ya está reducida por la fisura de flexión, la tensión promedio será menor que la obtenida en el

caso anterior. En este caso, el valor de tensión de corte para el cual la viga falla por tracción diagonal es:

$$v_{CR} = 0.16 \sqrt{f'_c} \quad (B)$$

¿Qué pasa si estamos en un estado intermedio entre (A) y (B)?

Para un caso intermedio, el Código propone una expresión que depende de la relación entre V y M, y además de la cuantía.

La cuantía influye favorablemente, ya que cuanto mayor sea ρ , más delgadas y pequeñas serán las fisuras por flexión y por lo tanto el área de hormigón no fisurado para resistir el corte será mayor.

$$v_{CR} = \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} + 17.2 \rho_w \frac{Vd}{M} \leq 0.3 \sqrt{f'_c}$$

En la práctica, en la mayoría de los casos, se considera como el inicio de la fisuración, la tensión de la expresión (B).

Algunas de las características de las vigas sin armadura de corte son:

- Las fallas son del tipo 2, sobre todo en vigas de poca altura $l/h > 8$ o más.
- Rotura súbita.
- La falla de armadura a corte las haría muy vulnerables a grandes valores de qL .

Por ello, es necesario colocar A_s min, ya que restringe el crecimiento de la fisura, aunque el cálculo demuestre que no es necesario. Además, la armadura aumenta la ductilidad y la falla se da con aviso.

Solo en casos de elevados coeficientes de seguridad (losas/ zapatas) se permite suprimir el refuerzo de armadura a corte.

Cuando hablemos de punzonado y corte en losas, no se le pone armadura. Si por calculo me da que tengo que ponerle, directamente aumento el espesor, pero nunca trabajo con armadura de corte en las losas.

Viga sin armadura de corte: Mecanismo de Resistencia. Contribución del H°

Después de que se desarrolla la grieta el miembro fallará a menos que la sección agrietada de H° pueda resistir las fuerzas aplicadas. Si no hay un refuerzo en el alma, los siguientes factores podrían transmitir el esfuerzo cortante:

- 1- La resistencia cortante de la sección no agrietada arriba de las grietas (20-40% de la resistencia total).
- 2- La fricción debido a la trabazón del agregado sobre la superficie de H° a los lados opuestos de las grietas (33-50% de la resistencia total) (V_i)
- 3- Resistencia del refuerzo longitudinal a la fuerza de fricción “acción de pasador” (15-25% de la resistencia total).
- 4- Comportamiento tipo arco atirantado producido por las armaduras longitudinales que actúan como tensor y por el H° no agrietado arriba y a los lados de las grietas que actúan como arco.

Contribución del H°

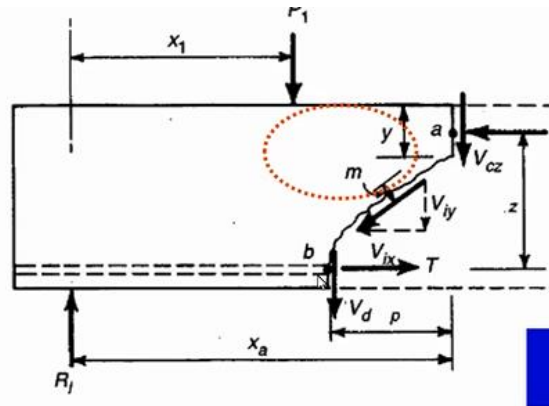
- V_{cz} : es el corte que toma la parte de hormigón que no está fisurada.
- V_d : fuerza producto del efecto pasador. Es la contribución del pedacito de H° que sirve de recubrimiento a la armadura.
- V_{iy} : componente vertical de la fuerza de frotamiento entre las caras de la fisura

La fuerza cortante interna entonces es:

$$V_{int} = V_{cz} + V_d + V_{iy}$$

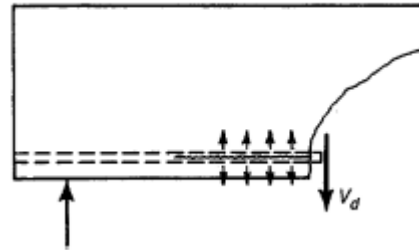
Esta fuerza debe estar en equilibrio con el corte externo V , por lo tanto:

$$V_{ext} = R_1 - P_1$$



Acción del pasador

La biela comprimida de H° está rigidizada por la armadura de flexión que cose fisuras V_d . La armadura donde actúa V_d está sostenida contra desplazamientos verticales principalmente por la delgada capa de recubrimiento. La presión de aplastamiento produce tensiones verticales y a causa de esto se produce una fisuración del H° a lo largo de la armadura. Esto reduce V_d y la fisura se ensancha reduciendo también la fuerza de interfase V_i y conduce a la falla inmediata.



Acción de viga y efecto arco

Sabiendo que $V=dM/dx$ y $M=Tz$, resulta:

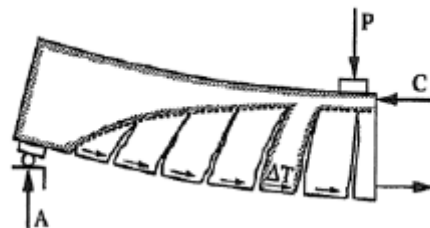
$$V = \frac{dM}{dx} = \frac{d(Tz)}{dx} = z \cdot \frac{dT}{dx} + T \cdot \frac{dz}{dx} (*)$$

Suponiendo que z permanece constante, el segundo término sería 0 y se obtiene la denominada “acción de viga perfecta”:

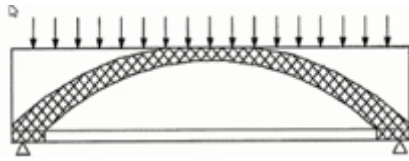
$$V = z \cdot \frac{dT}{dx}$$

Si se pierde la adherencia entre la armadura y el H°, ya no resulta posible que T cambie de valor, resultando el primer término de (*) nulo. Bajo tales condiciones, la fuerza de corte solo puede ser tomada por el “efecto de arco”, es decir, por la inclinación del cordón comprimido C , por lo que la ecuación queda:

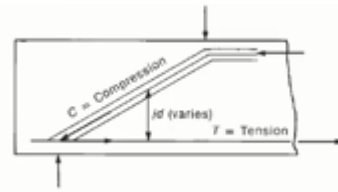
$$V = C \cdot \frac{dz}{dx} \quad C = T$$



Este mecanismo solicita severamente a los anclajes extremos de la armadura para que la misma pueda cumplir con su efecto tensor.



Este efecto también se da mucho en vigas de gran altura y en losas.



En la zona superior no fisurada (cabeza comprimida) aparecen tensiones que colaboran para absorber el esfuerzo cortante. El cordón comprimido se inclina en las proximidades del apoyo, por lo que C tiene una componente vertical $C \cdot \sin \theta$ que contribuye a absorber esfuerzos de corte formando un mecanismo de arco atirantado. Este aporte está condicionado por la capacidad de la armadura traccionada que llega al apoyo y un adecuado anclaje. Las bielas de H° formadas entre 2 fisuras de flexión tienen la capacidad de tomar parte del esfuerzo de corte.

Decalaje

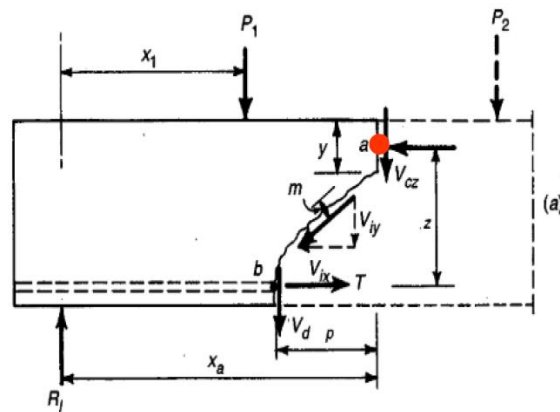
Cuando aparece la fisura, si tomamos sumatoria de momento desde el punto a, exteriormente tenemos:

El momento interno es:

$$M_{int} = T_b \cdot z + V_d \cdot p - V_i \cdot m$$

Igualando momentos y despejando la fuerza T que se produce por la flexión:

$$T_b = \frac{M_{ext a} - V_d \cdot p + V_i \cdot m}{z}$$



A medida que el ancho de la fisura aumenta, los valores de V_s y V_i se hacen cada vez más chicos, por lo tanto, puede simplificarse:

$$T_b = \frac{M_{ext a}}{z}$$

Como vemos, para poder calcular el valor de T en el punto b, tenemos que conocer el momento en a. Cuando saco la armadura para aguantar T en b, no lo saco conociendo el momento en el punto b como haría para el análisis de flexión, sino que lo calculo conociendo el momento en a y dividiéndolo por el brazo de palanca. Es decir que el momento está desplazado una distancia p, que es donde arranca la fisura.

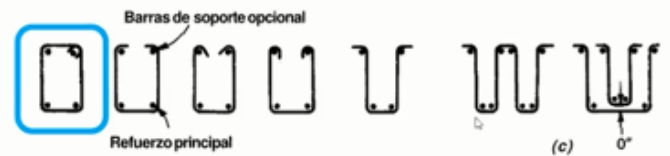
La fisura me está trasladando el momento, por lo tanto, la armadura que tengo en a, la tengo que trasladar a b. Ese traslado del diagrama de momento es lo que se denomina decalaje. Esto es consecuencia de la grieta diagonal. Como el momento en a es mayor que el momento en b (si pensamos en el diagrama de momentos de una viga S.A.), la formación de la grieta ocasiona un incremento súbito en el esfuerzo del acero en b.

Vigas con armadura de corte

Se agregan estribos o "se levantan" armaduras. Lo de levantar armaduras 45-60° es sumamente antiguo, ahora se usan estribos por la complejidad de materializarlo y

colocarlo. Solo se usa cuando la densidad de estribos que necesito es enorme y no me entran.

El estribo es una barra doblada, que puede posicionarse abierta o cerrada. Los estribos abiertos tampoco se usan, se usan cerrados casi siempre. Generalmente los mismos se componen de 2 ramas, que es el estribo clásico, y en algunos casos donde las vigas sean muy anchas, pueden colocarse de 4 ramas o más.



Las separaciones pueden ser uniformes en toda la viga, o variables por tramos, más cercanos donde el esfuerzo cortante es mayor. Se colocan envolviendo las barras longitudinales de tracción.

Hay algo muy importante a saber: la armadura de corte NO trabaja nunca a corte. El estribo trabaja a TRACCIÓN, por más de que la fisura esté inclinada.

1. Las barras que atraviesan la fisura resisten parte de la fuerza cortante.
2. La presencia de estas mismas barras restringe el crecimiento de las fisuras diagonales y reduce su penetración dentro de la zona de compresión. Esto deja mayor H° no fisurado en la cabeza de compresión.
3. Los E° contrarrestan el ensanchamiento de las fisuras de manera que las 2 caras permanezcan en contacto. Aportan valor de V_i significativo.
4. Los E° amarran la armadura longitudinal al cuerpo de H° y aumenta la fuerza por dovela.

Cuando se colocan los estribos, haber colocado la armadura antes de que se produzca la fisuración (o no) es exactamente lo mismo. La fisura se produce, tenga armadura o no. La armadura trabaja cuando la fisura está, recién ahí empieza a tomar carga hasta la fluencia. En realidad, como la resistencia a tracción del H° es muy poca, la deformación que se necesita para que la fisura se produzca es muy chica. Por eso, la tensión a la que trabajan los E° cuando se produce la fisuración, es baja. Decir que los E° arrancan a trabajar cuando las caras de la grieta tienden a separarse es una simplificación de este análisis.

Una vez que se produce la fisura y el acero empieza a entrar en tensión, todo el exceso de carga que ponemos la va a tomar el acero. El corte interno ahora que tengo armadura será entonces:

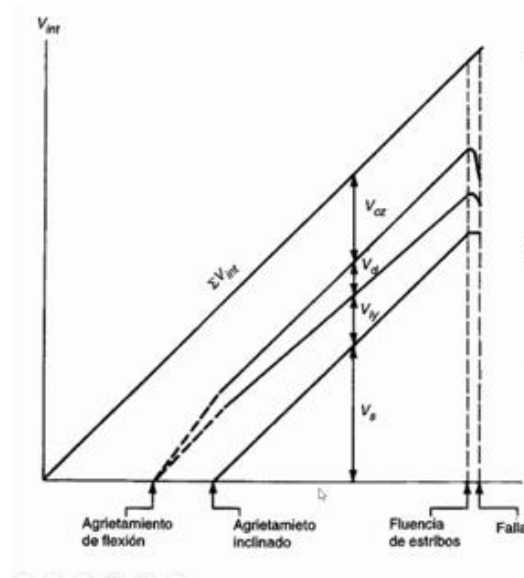
$$V_{int} = V_{cz} + V_d + V_{iy} + V_s$$

Donde

$$V_s = n \cdot A_V \cdot f_V \quad (A)$$

- n : cantidad de estribos.
- A_V : sección del estribo. Es e l área de un estribo que se compone de 2 ramas. Es el área del Φ elegido X 2.
- f_V : tensión a la que trabaja el estribo.

En el siguiente diagrama vemos en el eje horizontal el esfuerzo externo y en el eje vertical la respuesta interna de la viga ante la sollicitación cortante.



En el punto donde la sección se agrieta por flexión vemos que empieza a tomar carga el efecto dovela V_d , hasta ese momento el corte solo lo resistía la cabeza de compresión. La grieta va aumentando su tamaño y la fricción entre las caras empieza a absorber esfuerzo (V_i). Si el corte externo sigue creciendo, es el acero quien empieza a tomar la carga internamente (V_s). Las 3 componentes de la fuerza tomada por el concreto son desconocidas, se sabe en qué % actúa cada una aproximadamente pero no con exactitud su valor. Una vez que los E° entran en fluencia, colapsa la viga.

La respuesta del H° es $V_c = V_{cz} + V_d + V_{iy}$. En realidad, técnicamente decir que V_c es lo que resiste el H° está mal, porque también está incluido el término que aguanta el efecto dovela y lo que aguanta el interlock.

En equilibrio:

$$V_{ext} = V_c + V_s \rightarrow V_{ext} = V_n \rightarrow V_n = V_c + V_s \quad (B)$$

V_n es la resistencia nominal al corte, que surge de la suma de la resistencia nominal proporcionada por el H° y la armadura longitudinal, y la resistencia nominal proporcionada por la armadura de alma (estribos).

$$V_n = \frac{V_u}{\Phi} \quad \Phi = 0.75$$

La cantidad de estribos “n” separados una distancia “s” es función de “p”. Si suponemos que la fisura diagonal tiene una inclinación de 45° $d = p$. Reemplazando “n” en (A). y asumiendo que los estribos trabajan a fluencia ($f_v = f_y$).

$$V_s = \frac{d}{s} \cdot A_v \cdot f_y$$

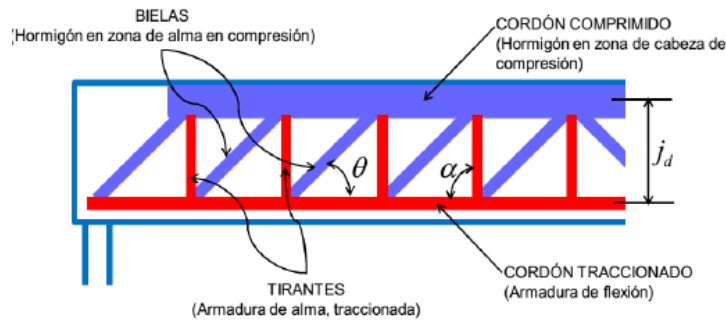
Reemplazando en (B)

$$V_n = V_c + \frac{d \cdot A_v \cdot f_y}{s}$$

Analogía del reticulado de Ritter Morsch

Esta analogía se aplica para de alguna manera poder comprender como se comportan las tensiones de corte dentro de una viga. Es una idea de lo que podría llegar a suceder, pero no describe la realidad absoluta.

La analogía plantea que una viga con armaduras por esfuerzo cortante se comporta como una armadura estáticamente determinada de montantes paralelos con nudos articulados.



Resistencia al corte aportada por la armadura de estribos y barras dobladas

Tomando el caso más general de una viga con armadura de corte inclinada y una inclinación genérica de la fisura, tenemos:

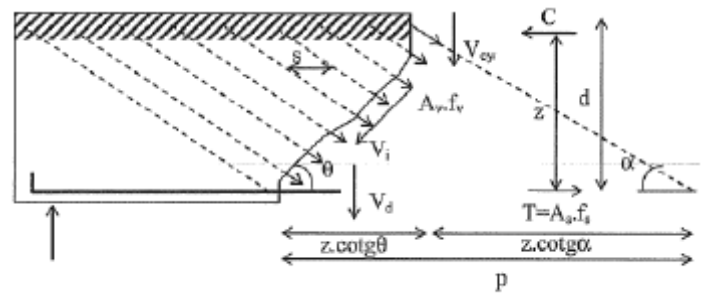


Figura 203: Esfuerzos en una viga con barras dobladas

- p= proyección horizontal.
- s= separación de la armadura transversal en dirección horizontal.
- α= inclinación de las barras.
- θ= inclinación de las fisuras.

La proyección horizontal p se puede calcular como:

$$p = z \cdot \cotg\theta + z \cdot \cotg\alpha$$

Asumiendo que z=d

$$p = d \cdot (\cotg\theta + \cotg\alpha)$$

La cantidad n de barras que atraviesan la fisura se puede expresar como n= p/s, por lo que la expresión anterior queda:

$$n = \frac{d}{s} \cdot (\cotg\theta + \cotg\alpha)$$

Planteando el equilibrio de sumatoria de fuerzas verticales:

$$V_s = n \cdot A_v \cdot f_y \cdot \text{sen}\alpha = A_v \cdot f_y \cdot \text{sen}\alpha \cdot \frac{d}{s} \cdot (\cotg\theta + \cotg\alpha)$$

Este es la expresión genérica del esfuerzo de corte que aporta la armadura. Suponiendo una inclinación de la fisura de 45° y colocando los estribos rectos (α=90°), Vs queda:

$$V_s = \frac{d \cdot A_v \cdot f_y}{s}$$

Tensión en bielas comprimidas

Partiendo del modelo del reticulado, asumiendo $\theta=45^\circ$, se puede establecer que la tensión de la biela ideal comprimida sigue la siguiente fórmula:

$$f_{CD} = \frac{2\tau}{(1 + \cotg \alpha)} \quad \tau = \frac{V_u}{b_w d}$$

Adoptando como armadura de corte las barras con $\alpha=45^\circ$, la tensión resultante en las bielas es $f_{CD} = \tau$. Si la armadura se coloca normal al eje de la pieza, $\alpha=90^\circ$ y $f_{CD} = 2\tau$.

Los estribos inclinados a 45° aportan, para la misma sección, una resistencia a corte 1.4 veces mayor que estribos a 90° , pero como la longitud es 1.4 veces más, estas alternativas resultan económicamente comparables.

La tensión en las bielas comprimidas para $\alpha=90^\circ$ es el doble que para $\alpha=45^\circ$, sin embargo, hay que considerar que estas bielas están atravesadas por la armadura transversal traccionada. No hay grandes ventajas comparativas para uno u otro caso, y los E° a 90° son más sencillos para ejecutar.

El V_s tiene un límite superior de $2/3$ raíz f'_c porque lo que buscan es limitar el σ_2 , es decir, la tensión principal de compresión. Evita que la biela de compresión estalle y la viga tenga una rotura frágil. Por lo tanto:

$$V_s \leq \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

Si yo pongo hierro a lo pavote, voy a poder cargar y cargar la viga y capaz que ni fisuras aparecen, pero internamente la biela comprimida estará cada vez más exigida, y en una de esas estalla.

Por otro lado, de actuar solamente flexión y corte, utilizando la expresión simplificada, el valor límite para V_c es:

$$V_c \leq \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

Y como $V_n = V_s + V_c$, el máximo corte nominal para una sección dada es:

$$V_n \leq \frac{5}{6} \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

Diseño al corte según Cirsoc 201/2005

El diseño de piezas sometidas a esfuerzos de corte debe basarse en la relación:

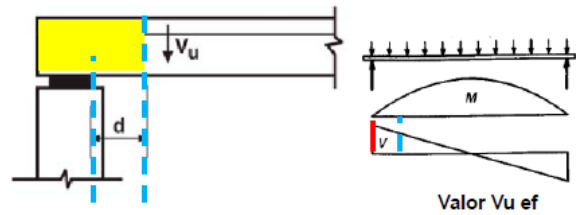
$$V_u \leq \Phi V_n$$

- V_u : esfuerzo de corte mayorado en la sección considerada.
- V_n : resistencia nominal al corte de la sección.
- Φ : factor de reducción de resistencia, que para corte es 0.75

Importante: el código expresa todo en función de fuerzas, no en función de tensiones.

Valor de corte efectivo V_u ef

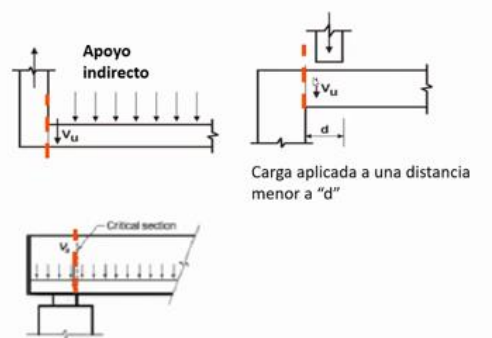
En elementos no pretensados, se permite dimensionar las secciones ubicadas a una distancia menor que d , medida desde la cara del apoyo, con el mismo valor de corte V_u que el determinado para una distancia d , siempre que:



1. La reacción en el apoyo, en la dirección del corte aplicado, introduzca compresión en las zonas extremas del elemento.
2. Las cargas se apliquen cerca o en la cara superior del elemento. Esto es porque en ese caso las cargas no entran directamente por la cabeza de compresión, sino que llegan al apoyo a través de la analogía del reticulado.
3. No se presente ninguna carga concentrada entre el borde del apoyo y la ubicación de la sección crítica.

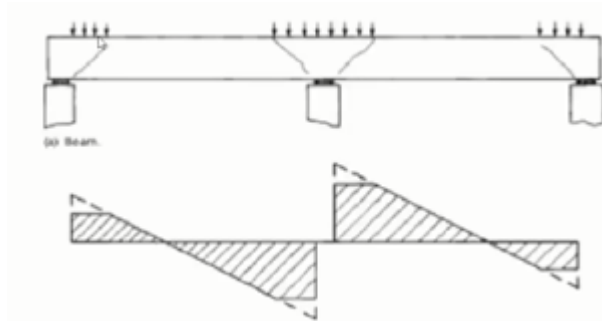
En los siguientes casos no se puede hacer la reducción de corte:

La diferencia entre el apoyo directo y el indirecto (viga colgada de un tensor, por ejemplo) es que en el apoyo directo las deformaciones son mínimas y tenemos tensiones de compresión y evidentemente en el apoyo indirecto como hay grandes deformaciones no se desarrollan compresiones donde podrían entrar las cargas.



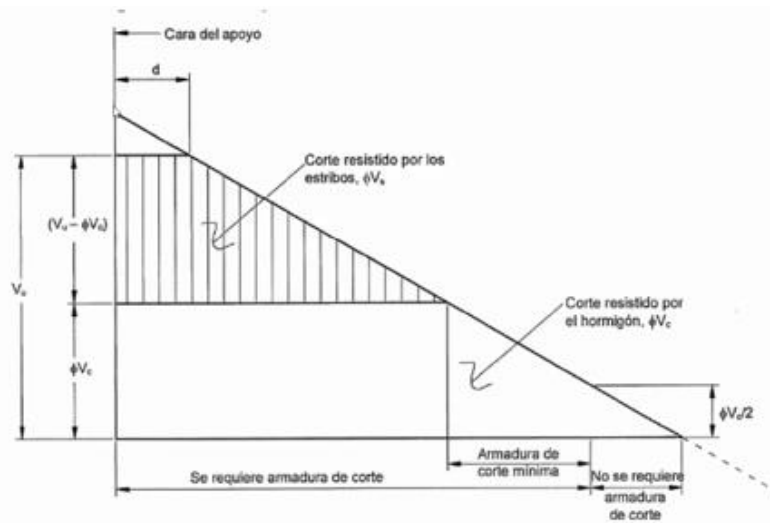
En el caso de apeo de vigas, la sección crítica a corte suele tomarse a filo de la viga de apoyo. Sin embargo, no está mal tomar la sección a una distancia d del filo si se proporciona armadura de suspensión para soportar la carga transferida de una viga a la otra.

Diagrama de corte con reducciones por apoyos



Las direcciones principales de compresión tienen la dirección a 45° que vemos en el diagrama, y las tensiones principales de tracción estarían en sentido perpendicular a las tensiones de compresión. Por esas direcciones de compresión es por donde se transmiten las cargas que pueden reducirse del corte.

Agrandando el diagrama de corte para la mitad de la viga, tenemos:



Nunca vamos a armar una viga sin armadura, por más de que estemos con un corte externo menor a $\frac{1}{2} \Phi V_c$. En ese caso pondremos armadura mínima.

Resumiendo, la teoría de corte básicamente se basa en hallar el valor de V_s tal que la pieza sea capaz de resistir el corte mayorado V_u .

Diseño al corte para elementos sometidos a corte y flexión

En la mayoría de los casos, para calcular lo que aporta el H° se usa la expresión de 1/6 etc. etc.

Diseño al corte para elementos sometidos a esfuerzo axial de compresión

En aquellos casos donde las vigas también estén sometidas a compresión, el código permite que el H° tome un poco más de carga. La expresión simplificada es:

$$V_c = \left(1 + \frac{N_u}{14 \cdot A_g} \right) \cdot \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

Con N_u/A_g en MPa. A_g es el área bruta del H° y N_u el esfuerzo axial mayorado, positivo para compresión.

Diseño al corte para elementos sometidos a esfuerzo axial de tracción

Si la tracción es muy grande, debe dimensionarse la armadura de alma para resistir la totalidad del corte, $V_c=0$ o puede usarse la siguiente expresión (raro usarla)

$$V_c = \left(1 + \frac{0,3 \cdot N_u}{A_g} \right) \cdot \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \geq 0$$

Con N_u negativo para tracción.

UNIDADES: b_w : mm, d : mm, V_c : N, f'_c : Mpa.

Determinación de zonas de corte

Zona de corte 1

Es una zona de bajas solicitaciones, y se cumple que:

$$V_u \leq \Phi V_c$$

Como ya dijimos, para una tensión de corte entre 0 y $\frac{1}{2} \Phi V_c$, no tendríamos que poner armadura, pero la cátedra recomienda poner igual la armadura mínima. Según el código, pondremos armadura mínima para una tensión de corte $\frac{1}{2} \Phi V_c \leq V_u \leq \Phi V_c$. Por eso, la zona 1 puede subdividirse en zona 1a y 1b.

Zona de corte 2

Solicitaciones medias. Se cumple que:

$$V_s \leq \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

Zona de corte 3

Solicitaciones elevadas. El valor de V_s está comprendido entre:

$$\frac{1}{3} \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \leq V_s \leq \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

Zona de redimensionado

Si V_s supera el siguiente valor, hay que redimensionar. Generalmente conviene aumentar el ancho b_w de la viga.

$$V_s > \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

Volvemos a la misma expresión límite que se le aplica a V_s para poder controlar las tensiones principales de compresión σ_2 . Este valor se impone por la limitación del ancho de fisuras inclinadas, pero también es efectivo para evitar la falla por aplastamiento de las bielas de compresión.

Tipos de armaduras

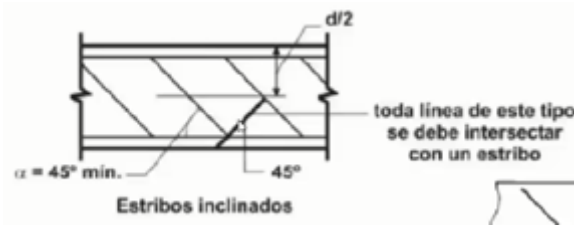
- Estribos perpendiculares al eje del elemento.
- Malla de acero soldada con alambre ubicados perpendicularmente al eje del elemento.
- Estribos helicoidales (zunchos en espiral) o estribos cerrados circulares.
- Estribos que formen 45° o más con la armadura longitudinal de tracción.
- Armadura longitudinal con una parte doblada que forme 30° o más con la armadura longitudinal de tracción.
- Combinaciones de estribos y armadura longitudinal doblada.

Observación: ningún código permite que como armadura para resistir el corte se coloque solamente armadura longitudinal doblada, siempre tiene que combinarse con estribos. Los estribos deben representar el 60% de la armadura total a colocar en la pieza.

Límites para la separación de E° colocados a 90°

- Para la zona 1, $s < 0.8 \cdot d$ ó 30 cm.
- Para la zona 2, $s < d/2$ ni 40 cm. La cátedra no recomienda $s > 30$ cm.
- Para la zona 3, $s < 2/4$ ni 20 cm. Más solicitaciones, menor separación de E° .

Los E° inclinados y la armadura longitudinal doblada, están separados de manera tal que cada línea a 45°, desde d/2 hasta la armadura longitudinal de tracción, debe estar cruzada por una línea de armadura de corte.



Para la zona 3, las separaciones máximas indicadas anteriormente deben reducirse a la mitad. Como separación mínima es aceptable tomar 10 cm.

Armadura mínima de alma

La cuantía mínima de los estribos es:

$$\frac{A_v}{s} = \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w}{f_y} \geq 0,33 \frac{b_w}{f_y}$$

El 0.33 sale simplemente de reemplazar a $\sqrt{f'_c}$ por 28 MPa. f_y es la tensión a la que están trabajando los estribos. Si trabajamos con 25 MPa, la fórmula que manda es la de 0.33. la fórmula que está a la izquierda la vamos a usar cuando tengamos hormigones con una capacidad mayor a 28 MPa.

Cuando el ancho de la viga $b_w > 40$ cm, se colocarán estribos dobles o de 4 ramas. Se recomienda que la separación entre las ramas del estribo no supere $2/3 d$ ni 40 cm. En esos casos se agregará una rama cada 30 cm.

Determinación de la armadura de alma

Cuando $V_u > \Phi V_c$, pondremos A_v para verificar que se cumpla $V_u \leq \Phi (V_c + V_s)$. La armadura la vamos a despejar de (la misma de la pág. 74):

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{s}$$

En la mayoría de los casos, $f_y = 420$ Mpa, o 500 Mpa para mallas de acero soldadas de alambres conformados. Por encima de estos valores no suele trabajarse, ya que si la resistencia del acero que compone el E° es muy alta, la fisura podrá agrandarse mucho antes de que la pieza falle, y por ejemplo la componente V_i que participa en V_c , disminuiría porque las caras de la grieta no estarían en contacto.

Resumiendo: pasos para dimensionar una viga al corte

- 1- Trazar el diagrama de esfuerzos de corte mayorados V_u y determinar el valor máximo de V_u teniendo en consideración el tipo de apoyo.
- 2- Si se cumple que $V_u \leq \Phi V_c$, tenemos solicitaciones bajas y colocamos armadura de corte mínima controlando la separación máxima.
- 3- Si $V_u > \Phi V_c$, se debe calcular la armadura de alma cumpliendo que $V_u \leq \Phi (V_c + V_s) \rightarrow V_c + V_s = V_u / \Phi \rightarrow V_s = V_u / \Phi - V_c$.
- 4- Se debe verificar si la sección de H° verifica, es decir, que el V_s que calculé en el paso 3 tiene que ser menor a $\frac{2}{3} \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$.
- 5- Conociendo V_s puedo calcular A_v .
- 6- Determino la separación máxima de la armadura de alma.

Cargas suspendidas y estribos de suspensión

Para aquellos casos donde la carga quede colgada de la viga, y no se pueda hacer la reducción de corte efectivo porque no existe una zona donde las cargas se transmitan directamente al apoyo por compresión, los estribos son dimensionados de la siguiente manera:

- 1- Se dimensiona la armadura de corte para V_u de la sección crítica, es decir, a filo del apoyo, no a una distancia d . Dicho valor saldrá de:

$$V_{s,nec}^V = \frac{V_u}{\Phi} - V_c$$

- 2- Se dimensiona la armadura de suspensión, que es la encargada de llevar las cargas hasta el apoyo a través de la analogía del reticulado.

$$V_{s,nec}^W = \frac{w_u}{\Phi} d$$

w_u es la carga de la losa que está colgando, y la calculo para un ancho alto d de viga.

- 3- Se suman y se adopta diámetro y separación de estribos.

$$V_{s,nec} = V_{s,nec}^V + V_{s,nec}^W$$

Apeo de vigas

Cuando una viga apoye sobre otra, se colocará una armadura de suspensión en la unión. El Cirsoc no da ninguna regla al respecto, pero además de los E° provistos por corte en la viga que recibe la carga, es aconsejable colocar una armadura de suspensión tal que:

$$\Phi A_h f_{yt} \geq \left(1 - \frac{h_b}{h_1}\right) V_{u2}$$

La misma se colocará en una longitud $b_{w2} + h_2/2 + 2h_b$ en la viga que recibe la carga, y en $d_2/4$.

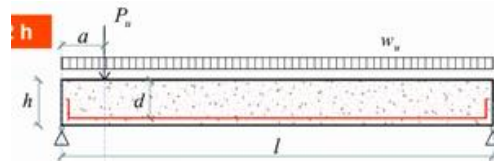
- A_h : área de la armadura de suspensión adyacente a una cara de la viga que recibe la carga
- b_{w2} y d_2 son el ancho y la altura útil de la viga que transfiere la carga
- h_b : es la diferencia de alturas de las vigas medida en la parte inferior
- h_1 : es la altura total de la viga que recibe la carga
- h_2 : es la altura total de la viga que transfiere la carga
- V_{u2} : es el esfuerzo de corte mayorado en el extremo de la viga que transfiere la carga

El término que está multiplicando a V_{u2} , es un factor de reducción en función de como se apoyan las vigas. Si las vigas que están apoyadas en la viga madre son mucho más cortas que la viga madre, prácticamente no necesitaría armadura de suspensión porque las cargas entrarían directamente por arriba. En cambio, por ejemplo, si la viga madre y las secundarias tienen la misma altura, toda la fuerza V_{u2} debe tomarse con los estribos de suspensión. Recordatorio: estos estribos no tienen nada que ver con los que sacamos en función del diagrama de corte, es un refuerzo que se coloca a causa de un efecto puntual (el apeo).

Cargas cercanas al apoyo

Distancia $a \leq 2h$

Este caso debe tratarse como vigas de gran altura. Se puede analizar mediante el método de bielas y tirantes, pero el problema del método es que puede dar una armadura de alma menor que la necesaria. En el análisis propuesto por la cátedra, el valor de P_u siempre estará comprendido dentro de V_u , por más de que P_u este aplicada a una distancia desde el filo de la columna mayor a d .



Una vez incluido el valor de P_u en V_u , garantizamos que el corte nominal sea menor a $5/6$ etc etc y calculamos V_c con la ecuación de $1/6$... O las que correspondan si $N_u \neq 0$.

Después despejo V_s como siempre, y lo que se usa en este tipo de vigas, en vez de E° a 90° , son mallas. Eso quiere decir que vamos a tener armadura vertical y armadura horizontal.

$$\begin{cases} A_v \geq \frac{2.50}{1000} b_w s & ; s \leq \begin{cases} d/5 \\ 30cm \end{cases} \\ A_{vh} \geq \frac{1.50}{1000} b_w s_2 & ; s_2 \leq \begin{cases} d/5 \\ 30cm \end{cases} \end{cases}$$

El objeto de estas cuantías de armadura es limitar el ancho de las fisuras

Despejando $\theta = \arctg(d/a)$, la resistencia proporcionada por la armadura puede estimarse

La resistencia proporcionada por la armadura puede estimarse como

$$V_s = f_{yt} d \left(\frac{A_v}{s} \cos^2(\theta) + \frac{A_{vh}}{s_2} \sin^2(\theta) \right)$$

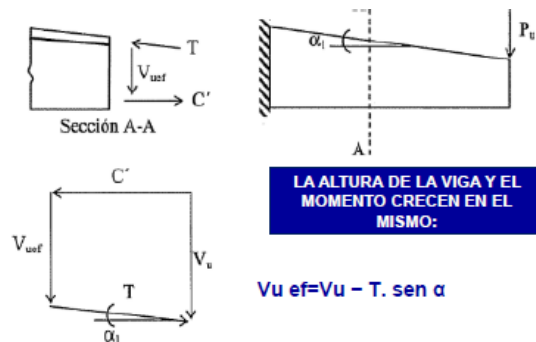
A_v : Sección de la armadura de estribos verticales
 A_{vh} : Sección de la armadura de horquillas horizontales
 f_{yt} : Tensión de fluencia especificada de la armadura de alma
 n : Ramas de estribos ($A_v = n \cdot A_{est}$)
 nh : Ramas de horquillas ($A_{vh} = nh \cdot A_{horquillas}$)

Vigas de altura variable

Como regla general, el corte V aumenta cuando la altura de la sección varía inversamente al valor de momento flector.

Si tengo una sección que aumenta a medida que el momento flector es cada vez más chico (o viceversa) el corte será cada vez mayor.

Hay muchos ejemplos: viga de cumbrera, pórticos donde en los nudos aumenta la sección, bases aisladas o ménsulas con la cara superior inclinada. Este aumento/reducción del corte en la viga, se da por la desproyección de las fuerzas T y C que generan el momento flector.

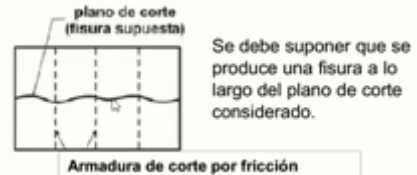


Corte por fricción o corte rasante

Es el corte que debe transmitirse entre dos elementos o partes de un elemento que pueden deslizarse uno respecto al otro a través de un plano de deslizamiento, existente o potencial.

El plano de fisuración puede ser una fisura, la unión entre distintas etapas de hormigonado o la superficie de contacto entre dos materiales distintos. Es el típico caso de que se hormigone una columna y se dejen pelos para la posterior construcción de una losa.

Cuando se produce ese plano de falla, suponemos que en esa zona existe una fisura. Como consecuencia de esa fisura, tenemos que colocar armadura que lo que hace es coser la fisura y garantizar que la estructura trabaje como si fuera monolítica. Cuando la pieza quiera deslizarse, hacen que el acero entre en carga. El acero se tracciona, el H° se comprime y μN es la fuerza lateral que compensa el corte V_u .



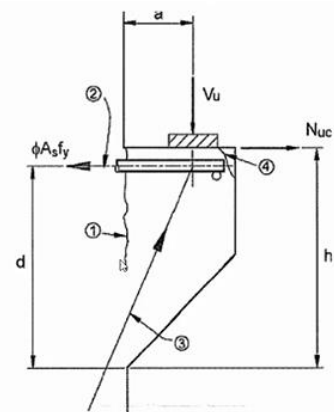
$$V_n = \frac{V_u}{\Phi} = V_{sf} \begin{cases} \leq 0,2 f'_c A_c \\ \leq 5,5 A_c \end{cases}$$

Donde $V_{sf} = A_{vf} f_y \mu$, si la armadura es perpendicular al plano de deslizamiento. Si no, hay una expresión en función de θ . Conviene poner las armaduras torcidas porque la contribución a la resistencia del corte es mucho mayor.

Ménsula corta

Las ménsulas cortas trabajan casi a compresión, entonces el comportamiento es totalmente distinto a las ménsulas convencionales. Los 4 modos potenciales de falla son:

- Falla 1: por corte directo en la interfase ménsula y elemento sobre el que se apoya. Es el caso de que la ménsula se desgarre.
- Falla 2: fluencia de la armadura traccionada por el momento y tracción directa.
- Falla 3: aplastamiento de la biela comprimida de H° interna. Es la más peligrosa.
- Falla 4: falla localizada por aplastamiento o por corte bajo el área cargada.



La sección crítica para el diseño de la ménsula, se toma en la cara del apoyo. Se debe diseñar para que resista simultáneamente un corte V_u y un momento M_u

$$M_u = V_u a + N_{uc}(h - d)$$

$N_{uc} > 0.2V_u$ y V_n debe cumplir las dos condiciones que están escritas más arriba.

$$N_{uc} \leq \Phi A_n f_y$$

Deben determinarse entonces 3 tipos de armadura:

1. A_{vf} : armadura de corte por fricción para resistir el corte directo V_u .
2. A_f : armadura de flexión para resistir el momento M_u .
3. A_n : armadura para resistir la tracción directa N_{uc} .

Armaduras resultantes a proveer

- a) A_s = armadura principal de tracción
- b) A_h = armadura de corte (estribos cerrados)

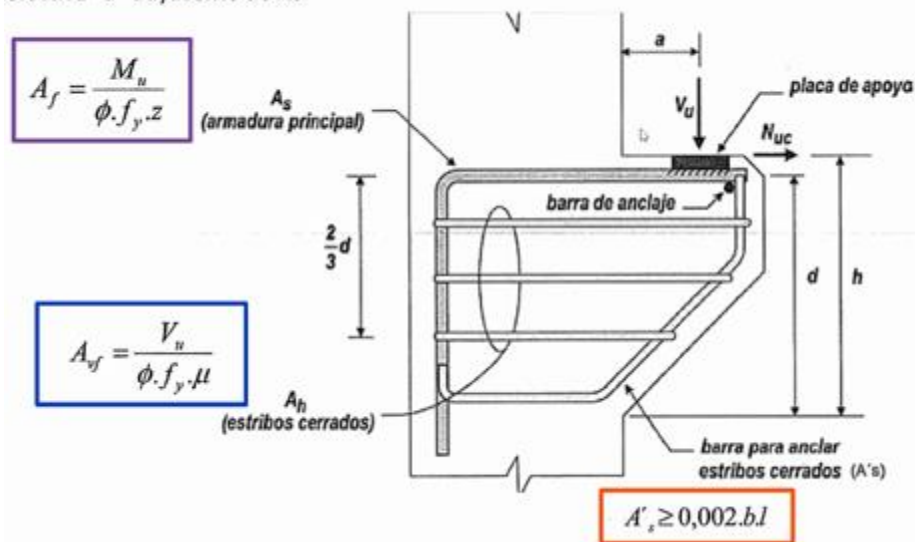
a) El área de la armadura principal de tracción (A_s) debe cumplir:

$$\rho = A_s / (b \cdot d) \text{ debe ser mayor o igual a: } \rho \geq 0,04 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \quad A_s \geq \begin{cases} A_f + A_n \\ \frac{2}{3} A_{vf} + A_n \end{cases}$$

b) En forma paralela a A_s , se deben colocar estribos cerrados, con un área total:

$$A_h \geq 0,50 \cdot (A_s - A_n)$$

Los mismos deberán estar distribuidos en forma uniforme dentro de los 2/3 de la altura efectiva "d" adyacente de A_s



Capítulo 5: Torsión

Cuando la carga cae fuera del eje de simetría, y se genera una cupla tal que produce un momento en el plano de la sección transversal que hace girarla, decimos que la pieza está sometida a torsión. El esfuerzo torsor se puede dividir en:

1. Torsión primaria o de equilibrio: en este caso, es muy importante que las piezas cuenten con la rigidez a torsión necesaria para que el sistema no colapse. La torsión no puede ignorarse porque de ello depende el equilibrio.
2. Torsión secundaria o de compatibilidad: es la que se da en las losas, que sabemos que existe, pero no la calculamos. En este caso, por más de que algún elemento que compone el sistema no tenga una adecuada resistencia a torsión, el colapso no va a producirse porque se generan compatibilidad de deformaciones que limitan los giros producto del momento torsor.

Estado 1 (no fisurado)

Por la naturaleza del H°, el abordaje se da siempre en un estado inicial elástico, suponiendo que la sección es homogénea, sin fisurar. El análisis es análogo al que se hace en corte, con la salvedad de que se tiene que evaluar en el espacio.

Las tensiones principales de tracción nos van a permitir dimensionar la armadura, y con las tensiones principales de compresión, verificamos la sección de H°. Pasa exactamente lo mismo que para el corte, no me interesa conocer las tensiones tangenciales, pero como se obtienen de una manera sencilla relativamente, calculando el valor de dichas tensiones, puedo conocer el valor de las tensiones principales. Las tensiones tangenciales de torsión se calculan como:

$$\tau = \frac{T}{W_T}$$

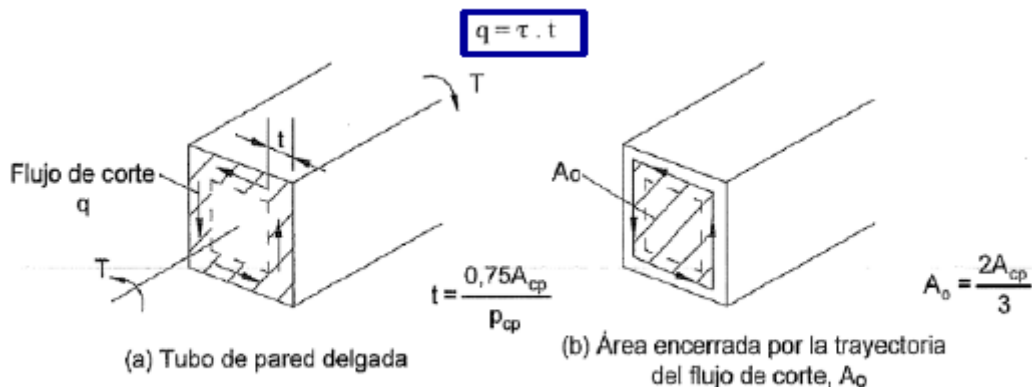
El módulo resistente a torsión W_T , está tabulado para las secciones geométricas más comunes, y si no puedo calcularlo.

Estado 2 (H° fisurado)

Al incrementar paulatinamente el momento torsor T, se llegará a un valor de momento torsor crítico T_{CR} que origina la primera fisura en el H°. Dicha fisura se va a dar en la dirección de las tensiones principales, en el centro de la luz de la viga, sobre la superficie del elemento.

Analogía del reticulado espacial a torsión

Vamos a considerarla viga como si fuera de sección hueca. Es decir que el esfuerzo torsor deberá ser soportado por un determinado ancho del perímetro de la sección transversal.

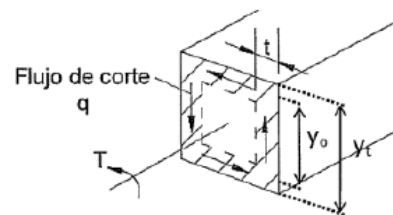


A_{cp} = área encerrada por el perímetro exterior de la sección transversal del hormigón

$$A_0 = x_0 \cdot y_0$$

$$T = 2 \left(q \cdot x_0 \cdot \frac{y_0}{2} \right) + 2 \left(q \cdot y_0 \cdot \frac{x_0}{2} \right)$$

Por lo tanto, $T = 2 q A_0$ y sabiendo que la tensión puede expresarse como $\tau = q \cdot t$ donde t es el espesor de la pared considerada, la tensión por torsión puede escribirse:



$$\tau_T = \frac{T}{2 A_0 t}$$

Se asume que la torsión es resistida por el flujo de corte “q” alrededor del perímetro del elemento. Después de la fisuración, el tubo se idealiza como un reticulado hueco formado por estribos cerrados, barras longitudinales en las esquinas y diagonales comprimidas a 45° centradas aproximadamente en los estribos. También se asume que la torsión se presenta en simultaneo con Corte.

Si nosotros identificamos el equilibrio interno y definimos como lo vamos a tomar, el problema está resuelto. Resta plantear las ecuaciones, sacar la fuerza total, dividirla por la tensión del acero y así determinar los cm² necesarios de armadura.

Planteando equilibrio de un pedazo de viga, es posible determinar la armadura de estribos necesarias. Como el momento torsor nominal es dato, porque depende de las cargas externas, despejando la sección de acero de la siguiente ecuación, resuelvo el problema:

Fuerzas intervinientes en un elemento sometido a torsión con estribos cerrados

$$V_2 = q \cdot y_0$$

$$V_2 = A_t \cdot f_{yv} \cdot \frac{n}{s}$$

$$V_2 = \frac{A_t \cdot f_{yv} \cdot y_0 \cdot \cot \theta}{s}$$

$$T_2 = V_2 \cdot \frac{x_0}{2} = (A_t \cdot f_{yv}) \cdot \frac{y_0 \cot \theta}{s} \cdot \frac{x_0}{2}$$

$$\sum T_i = T_n = 4 \cdot (A_t \cdot f_{yv}) \cdot \frac{y_0 \cot \theta}{2s} \cdot x_0$$

$$T_n = \frac{2 A_0 A_t f_{yt}}{s} \cot g \theta$$

Tn: Momento torsor

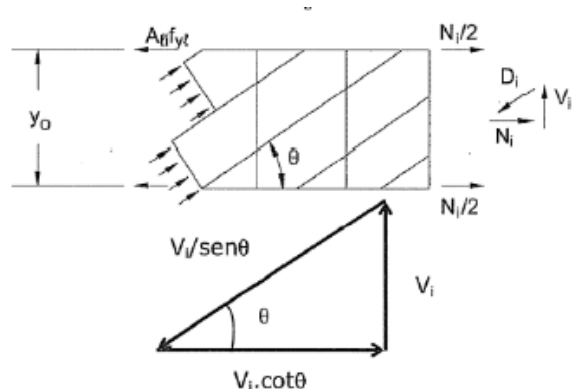
Me queda determinar la armadura longitudinal para torsión, que debe soportar las fuerzas de tracción que ocurren en el reticulado espacial. Se reemplaza a V_2 por una fuerza diagonal de compresión D_2 y una fuerza de tracción axial N_2

$$D_2 = \frac{V_2}{\text{sen } \theta} \quad N_2 = V_2 \cot g \theta$$

La mitad de la fuerza N_2 será resistida por cada barra de esquina, superior e inferior. Esto se debe a que el flujo de corte es constante punto a punto a lo largo del lado 2. Análogamente, si se analizan los otros 3 lados del reticulado:

$$N = 2 (N_1 + N_2)$$

Dado que



$$V_2 = \frac{T}{2 A_0} y_0 \quad V_1 = \frac{T}{2 A_0} x_0$$

Tomando $T = T_n$

$$N = \frac{T_n}{2 A_0} 2(x_0 + y_0) \cotg \theta \quad (\#)$$

$2(x_0 + y_0) = p_h$ es casi el perímetro del estribo cerrado. Se debe colocar un área total de acero A_l para tomar la fuerza longitudinal N . Suponiendo que las barras longitudinales llegan a la tensión de fluencia:

$$N = A_l \cdot f_y$$

Despejando A_l y usando (#)

$$A_l = \frac{A_t}{s} p_h \left(\frac{f_{yt}}{f_{yl}} \right) \cotg^2 \theta$$

El término de $\cotg \theta$ se hace 1 cuando disponemos las barras a 45° .

Como la resistencia nominal a la torsión T_n se alcanza con posterioridad a la fisuración, es muy probable que la capa exterior del H° se haya desprendido, y por eso cuando se calcula el área A_0 que se corresponde con T_n , se desprecia el recubrimiento del H° y se considera solo a la sección comprendida dentro del estribo. En el caso de que la torsión esté combinada con corte y flexión (lo más general), por efecto de superposición se determinan todas las armaduras necesarias. La teoría planteada se basa en ciertas hipótesis que simplifican su resolución:

1. Todas las armaduras, longitudinales y transversales, se encuentran en fluencia.
2. θ es el mismo para todas las caras.
3. Armadura longitudinal en todas las esquinas.
4. Estribos cerrados y adecuadamente anclados.
5. La viga no rompe por agotamiento del H° en las diagonales comprimidas.

Como en corte, conocer el momento torsor que me produce la fisuración es muy importante para determinar si necesito armar la viga (o no). Ya habíamos dicho que a ese valor de momento se lo determina momento torsor crítico T_{CR} :

$$T_{CR} = \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}$$

Esfuerzos combinados de torsión y corte

Dijimos que se podían superponer los efectos del corte y de la torsión, pero ojo que en el caso de que ponga estribos de 4 ramas, por ejemplo, las ramas internas van a estar en el centro de la sección transversal o próximas a ellas, y no nos olvidemos que la torsión la está absorbiendo un borde de perímetro de ancho t , no toda la sección.

Otro tema importante es que, cuando nosotros determinábamos la armadura necesaria del corte, después multiplicábamos a la sección de cada barra por el número de ramas que estaba tomando ese corte. Acá no podemos hacer eso porque los esfuerzos a un lado y otro de la cara de la viga, cambian de dirección.

Ponele, si en corte el cálculo de A_s necesaria me daba 4 cm^2 , y tenía un E° simple, yo ponía 2 cm^2 de cada lado de la sección. Con la A_s de torsión NO puedo hacer eso, si me da 4 cm^2 , son 4 cm^2 de cada lado de la sección. Además, se asume que toda la torsión es absorbida por las armaduras, $T_c = 0$. Por lo tanto, cuando actúen corte y torsión, V_c permanecerá constante.

Dimensionado a torsión según Cirsoc 201/05

Para elementos sometidos a corte, flexión y torsión, el dimensionado se realiza de la siguiente manera:

1. Dimensionado para flexión, ignorando corte y torsión.
2. Dimensionado de estribos a corte.
3. Dimensionado de estribos y armadura longitudinal adicional a torsión.

Por tratarse de roturas frágiles, para torsión y corte el coeficiente de reducción de resistencia es 0.75.

El reglamento permite ignorar el efecto de la torsión cuando el momento torsor mayorado T_u resulte menor que (elementos no pretensados y sin fuerzas axiales):

$$T_u < \Phi \frac{T_{CR}}{4}$$

Como en el caso de corte, puedo tomar un torsor efectivo a una distancia d del apoyo, y si hay un torsor aplicado claramente no puedo hacer esa reducción.

Verificación de las dimensiones de la sección transversal

Las secciones transversales macizas deben ser tales que cumplan:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u p_h}{1,7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq \Phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + \frac{2}{3} \sqrt{f'_c}\right)$$

Acá lo que estamos haciendo es verificar la biela comprimida del H° . Si esto no verifica, tengo que agrandar la sección hasta que dé. Una vez chequeado este paso, sigo con el dimensionado de las armaduras.

Determinación de las armaduras por torsión

La armadura necesaria deberá verificar $T_u \leq \Phi T_n$. La armadura transversal por torsión se debe diseñar aplicando la siguiente expresión:

$$T_n = \frac{2 A_0 A_t f_{yt}}{s} \cot g \theta$$

- $A_0: 0.85 A_{oh}$
- $\theta = 45^\circ$

La armadura longitudinal

$$A_l = \frac{\left(\frac{T_u}{\Phi}\right) p_h}{1,7 A_{oh} f_y} \cot g \theta$$

Si no, puedo usar la ecuación de la pág. 86. θ tiene que ser el mismo valor de la ecuación anterior.

A la armadura requerida por torsión, se le debe adicionar la armadura de flexión y la de corte. El reglamento permite que el área de armadura longitudinal de torsión, en la zona de compresión por flexión, se reduzca en una cantidad igual a $M_u/(0,9 d f_y)$.

Armadura mínima de torsión

El área mínima de los estribos cerrados se debe determinar de acuerdo con la siguiente expresión:

$$(A_v + 2 \cdot A_t) = \frac{1}{16} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w \cdot s}{f_{yt}} \geq \frac{0.33 \cdot b_w \cdot s}{f_{yt}}$$

El área mínima total de la armadura longitudinal de torsión se debe determinar con la siguiente expresión:

$$A_{t,min} = \frac{5 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot A_{cp}}{12 \cdot f_y} - \left(\frac{A_t}{s} \right) \cdot p_h \cdot \frac{f_{yt}}{f_y}$$

siendo $\frac{A_t}{s} \geq \frac{1}{6} \cdot \frac{b_w}{f_{yt}}$

Separaciones máximas de armadura de torsión

Se debe cumplir, para armadura transversal:

$$s \leq \begin{cases} p_h/8 \\ 300 \text{ mm} \end{cases}$$

Para armadura longitudinal, la separación máxima es de 300 mm. Las barras longitudinales deben ubicarse dentro de los estribos con al menos una barra en cada esquina del estribo. Siempre tengo que distribuir la armadura de manera simétrica en toda la sección. Suelen ser vigas cuadradas.

Pasos a seguir para el dimensionado de un elemento sometido a flexión, torsión y corte.

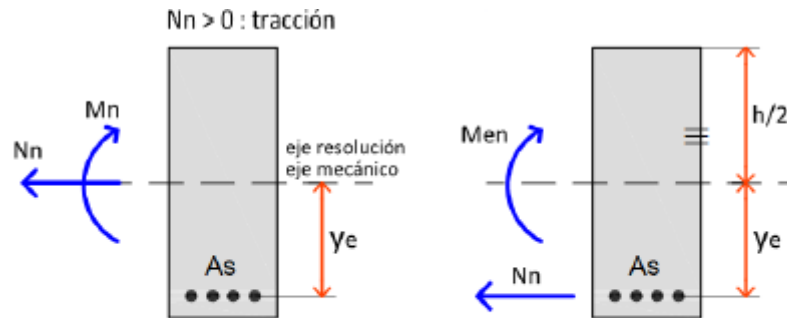
Resumen.

- 1- Calcular los diagramas de M_u , V_u y T_u , determinando secciones críticas.
- 2- Calcular el área necesaria de armadura a flexión.
- 3- Determinar si se trata de torsión de equilibrio de compatibilidad, y ver si se puede despreciar o no.
- 4- Verificar que la sección de H° sea suficientemente grande.
- 5- Determinar el área de E° necesaria por corte.
- 6- Determinar el área de E° necesaria por torsión.
- 7- Sumar las áreas necesarias y seleccionar E° . este valor debe superar el mínimo fijado por reglamento, y la separación no puede exceder la máxima. Los estribos deben ser cerrados.
- 8- Determinar el área de armadura longitudinal por torsión. Sumarla con la necesaria por flexión y seleccionar las barras. Lo mismo: debo superar el mínimo, respetar diámetros mínimos, separaciones máximas, y todo lo que el reglamento exija.

Capítulo 6: Columnas Cortas

Flexión con fuerza axial de gran excentricidad

Este tipo de problemas se resuelve mediante la aplicación del teorema de Ehlers, que básicamente refiere el momento al baricentro de la armadura traccionada. Valida las hipótesis mencionadas en flexión simple. La diferencia que tenemos respecto al caso de flexión pura, es que ahora existe una fuerza de compresión N_n . A los efectos de momento, se usa lo que ya estudiamos en el capítulo 1.



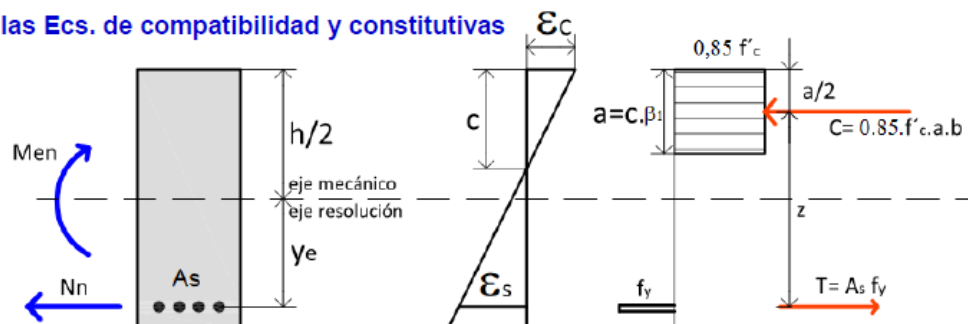
Haciendo Momento con respecto al eje resolución:

$$M_{nr} = M_{en} + N_n \cdot y_e > 0$$

$$M_{en} = M_n - N_n \cdot y_e > 0$$

Las ecuaciones de equilibrio que vamos a plantear son, $\Sigma N=0$ y $\Sigma M=0$. Como resultado tenemos:

- Validez de las Ecs. de compatibilidad y constitutivas



$$N_n = T - C \quad \rightarrow \quad N_n - A_s f_y = -0,85 f'_c a b$$

$$M_{en} = M_n - N_n y_e = C z \quad \rightarrow \quad M_{en} = C \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

Despejando C e igualando ambas expresiones:

$$\frac{M_{en}}{\left(d - \frac{a}{2} \right)} = A_s f_y - N_n \quad \rightarrow \quad A_s = \frac{M_{en}}{\left(d - \frac{a}{2} \right) f_y} + \frac{N_n}{f_y}$$

Si tendríamos armadura de compresión, no tenemos que olvidarnos que esa fuerza forma parte del planteo de equilibrio.

Al reducir las fuerzas al baricentro de las armaduras, T no forma parte de la ecuación de $\Sigma M=0$ y entonces el cálculo es mucho más sencillo. Con el equilibrio de momentos puedo conocer el valor de N_n , y luego con $\Sigma F_h=0$ puedo sacar el valor de T. Sabiendo que la

armadura trabaja a tensión de fluencia, puedo fácilmente obtener los cm^2 de hierro necesarios.

Una gran ventaja de aplicar este teorema, es que el mismo arroja como resultados armaduras asimétricas. En cambio, los diagramas de interacción dan como resultado armadura simétrica, y puede resultar anti económico cuando tenemos este tipo de sollicitaciones.

Columnas

Son elementos sometidos principalmente a cargas de compresión. También soportan momentos flectores en 1 o 2 de sus ejes, aun así, el esfuerzo de compresión es el dominante. Las columnas se dividen en:

- Columnas cortas: su resistencia está debida a su sección y la cantidad de armadura que tiene. Es decir que la resistencia depende de la resistencia de los materiales y de la geometría de la sección transversal.
- Columnas esbeltas: la resistencia se reduce significativamente por deformaciones laterales (pandeo).

En este capítulo, vamos a tratar las columnas cortas.

En general, se usan 3 tipos:

- 1- Columnas con armaduras longitudinales y estribos.
- 2- Columnas con armaduras longitudinales y espirales continuas. Son las famosas columnas zunchadas, que se usan en zonas sísmicas por la gran resistencia que toman gracias a su armado. La desventaja es que la materialización de este tipo de columnas es muy compleja. El estribo que se pone es un espiral continuo que va rodeando toda la armadura longitudinal, y suelen ser de sección circular.
- 3- Columnas compuestas: es una combinación de H° con perfiles metálicos.

Función de las armaduras longitudinales:

- Colaboran en la resistencia: debido a la adherencia, se deforman igual que el H° .
- Aportan ductilidad: rotura $\epsilon > 3 \%$.
- Vínculo estructural con la carga de colapso, evitando la división de pedazos de H° sin vinculación mutua.

Función de las armaduras transversales:

- Evitan el pandeo de las barras longitudinales, al impedir que puedan salir de la masa de H°
- Evitan la disgregación.

Compresión centrada

Para determinar la capacidad portante de la columna, se asume que el H° ha sido cargado con cargas lentas, donde la resistencia a compresión máxima confiable es de aproximadamente $0.85 f'_c$.

Para este valor de tensión, la deformación última a compresión del H° es de $\epsilon_c=3\%$, para lo cual, el acero está en fluencia, y $\epsilon_y > 2 \%$.

Entonces, para $\epsilon=3\%$ igual para ambos materiales, la resistencia nominal P_n es:

$$P_n = 0,85 f'_c A_c + f_y A_{st}$$

$$P_n = 0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}$$

Luego, debe cumplirse $\Phi P_n \geq P_u$.

El valor de P_n previamente calculado, es la resistencia nominal que tendría la columna si la misma se somete a esfuerzos de compresión pura. Sabemos que esto es ideal, siempre se presentan excentricidades por lo pequeñas que sean. Por lo tanto, el código asume como capacidad resistente a:

$$\Phi P_n = 0,80 \Phi [0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}]$$

- f'_c : resistencia especificada a la compresión del H°.
- f_y : tensión de fluencia especificada para la armadura no tesa.
- A_g : área total o bruta de la sección de H°.
- A_{st} : área total de la armadura longitudinal.
- Φ : coeficiente de reducción de resistencia, que para columnas simples es 0.65.

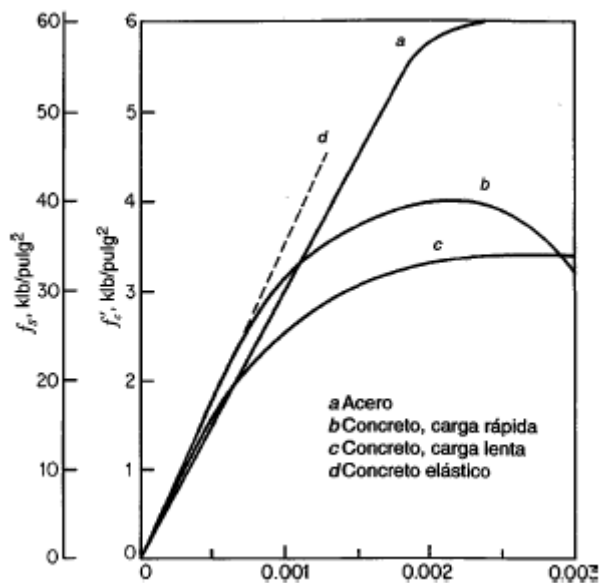
Nota: el 0.80 de la expresión sale de los americanos, que lo colocan para tomar todas esas excentricidades accidentales del orden del 10%.

Importante: cuando planteamos la sumatoria de momentos, se hace respecto al baricentro geométrico de la sección porque la armadura es simétrica, pero si no, lo que debería hacer es tomar momento desde el centro plástico de la sección.

Flexión compuesta recta (compresión dominante+ flexión)

Es el caso de tener flexión sólo alrededor de un eje de la sección transversal de la columna.

Para grandes excentricidades, la falla inicia por la fluencia del acero traccionado, siendo $f_s=f_y$. Cuando el H° alcanza su deformación última ϵ_c , es posible que el acero comprimido esté en fluencia, eso tendré que determinarlo con las ecuaciones de compatibilidad.



Para excentricidades pequeñas, el H° llegará a su deformación límite de $\epsilon_c=3\%$ y la armadura de la cara más alejada puede estar en compresión y no en tensión. El análisis tensiones debe basarse en la compatibilidad de deformaciones entre el acero y el H°.

La tensión en la armadura se tomará como $f_s = E_s \epsilon_s$ para $\epsilon_s < \epsilon_y$, o $f_s = f_y$ cuando $\epsilon_s \geq \epsilon_y$. Este tipo de problemas se resuelve planteando equilibrio de momentos y de fuerzas, iterando donde se van tomando diferentes valores de deformaciones unitarias, hasta verificar $N_d = \Phi N_n \geq N_u$ y $M_d = \Phi M_n \geq M_u$.

Dimensionado en compresión dominante

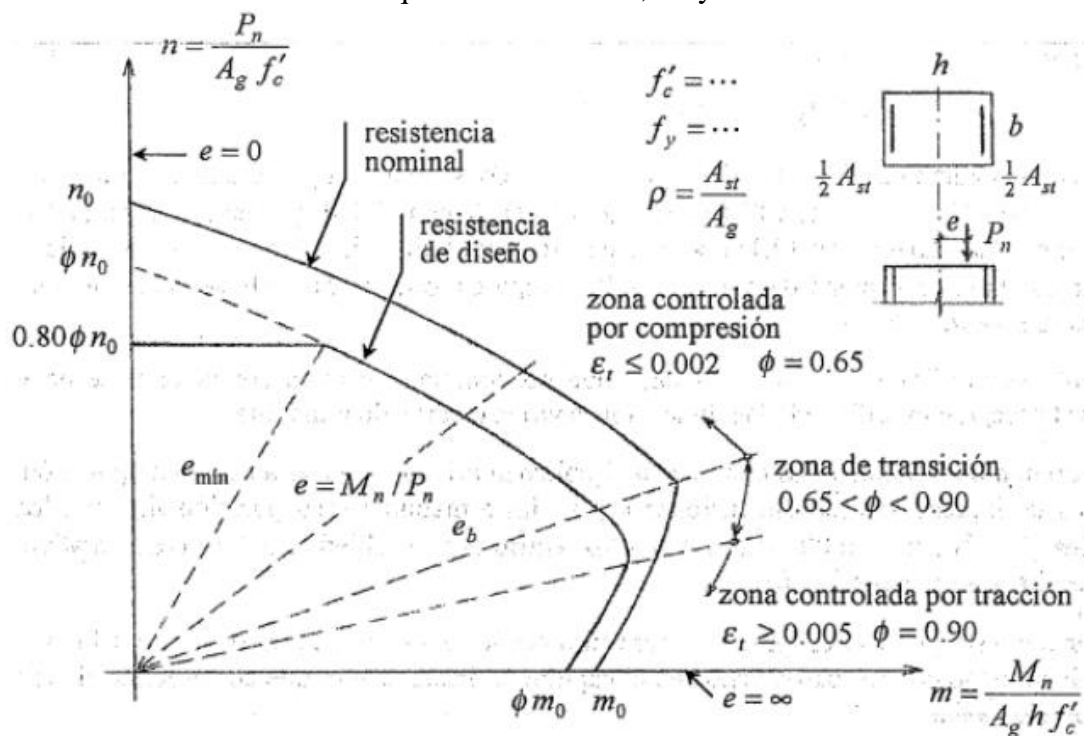
Para evitar tener que hacer el proceso iterativo del que se hablaba recién, se han desarrollado curvas que se conocen como “Diagramas de Interacción”.

Estas curvas se obtienen estableciendo una sección de H°, con una armadura definida en cuanto a su sección y ubicación. Para cada par de valores P_n y M_n , se puede definir un punto que conduzca a la falla de la pieza. Uniendo esos puntos que son combinaciones de P y M que generan el agotamiento de la sección por resistencia de los materiales, obtengo la curva para una cuantía de acero determinada.

Los diagramas de interacción pueden estar expresados en términos de P_n y M_n o en términos de parámetros adimensionales “n” y “m”:

$$n = \frac{\Phi P_n}{b h} \quad m = \frac{\Phi M_n}{b h^2}$$

Las incógnitas siguen siendo las armaduras. Las dimensiones de la sección del elemento estructural, b y h, generalmente vienen fijadas por consideraciones de proyecto. También se conocen las solicitaciones requeridas de cálculo, P_u y M_u .

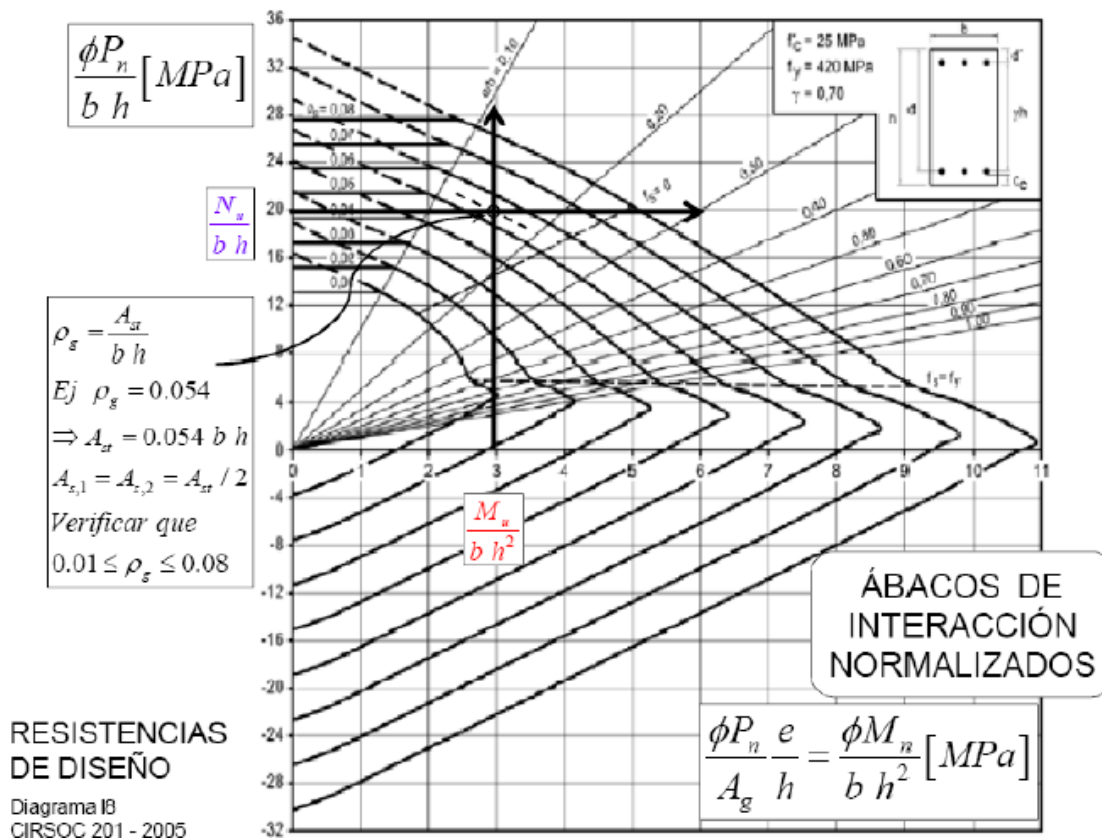


Vemos que, de la excentricidad mínima hacia la izquierda, la resistencia de diseño se ve reducida por el 0.8 que aparecía en la fórmula de compresión centrada, eso es por la misma causa: las excentricidades accidentales.

En el eje vertical tendríamos el caso de compresión pura, y en el horizontal de flexión pura. Sin embargo, no es recomendable usar estos diagramas para la resolución de problemas de flexión, debido a que la armadura que arroja como resultado siempre será simétrica, y resulta antieconómico.

De la cuantía balanceada para abajo, el diagrama se comporta de manera inversa. Si quiero tomar mayor momento, debo también aumentar el valor de P. Como empiezan a haber tracciones en la fibra inferior del H°, necesito una fuerza de compresión que alivie un poco a esa armadura traccionada, y le permita tomar un valor de momento más grande.

Las líneas diagonales que salen del origen del diagrama son las “excentricidades relativas”, y dicho valor multiplicado por el valor de “n”, me da el valor de “m”. prestar atención que el mínimo valor de e/h que toma es de 0.10 (el 10 % de excentricidades accidentales).



Estos diagramas SIEMPRE tienen armadura simétrica, pero puede estar repartida en dos caras, para el caso de flexión compuesta recta, o en las 4 caras de la columna, para el caso de flexión compuesta oblicua. Los diagramas están normalizados, y vienen para distinta calidad de materiales y diferentes recubrimientos.

Cuantías mínimas y máximas

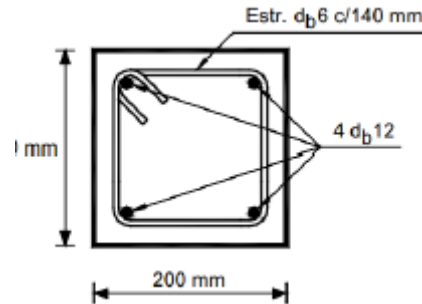
Vemos que las curvas se encuentran comprendidas entre valores de cuantía de 1% y 8%. Son los valores límites que fija el código. Si caemos por afuera del diagrama, debemos redimensionar porque nos está diciendo que esas solicitaciones no se pueden soportar con la sección elegida, y si caemos muy cerquita del origen del diagrama, colocamos la armadura mínima por cuestiones de ductilidad, evitando la fluencia del acero debido a la fluencia lenta del hormigón.

Como $1\% \leq \rho \leq 8\%$, en zonas de tramos la ρ no podrá superar el 4%, porque sino en la zona de empalme $4\%+4\%=8\%$ estoy al límite.

De todas maneras, una ρ del 8% es una locura, nunca vamos a andar por esos valores. Entre 2 y 3 % está joya.

Columnas mínimas y detalle de armaduras

La columna mínima según reglamento es de 20 cm x 20 cm y se arma con 4 Φ 12.



El recubrimiento máximo por Cirsoc es de 4 cm.

La definición de columna que da el código es: elemento usado principalmente para resistir carga axial de compresión, con una relación entre su altura y su menor dimensión lateral mayor que 3. Si

- Lado mayor $< 5 * \text{lado menor}$ \rightarrow columna
- Lado mayor $\geq 5 * \text{lado menor}$ \rightarrow tabique (esp min 12 cm, recomendado 15 cm)

La cantidad mínima de barras será 4, una por cada esquina. El siempre $d_b > 12$ mm. Se recomienda usar un único Φ o combinación de Φ consecutivos.

Separación mínima y máxima

$$30 \text{ cm} \geq s \geq \begin{cases} 1.5 d_b \\ 40 \text{ mm} \\ 1,33 TMA \end{cases}$$

Se autoriza armar con 2 barras la columna de 40 cm de lado. Los d_b mayores van en las esquinas.

Armadura transversal: estribos

Barras longitudinales, d_b	Diámetros mínimos de los estribos, d_{be} (mm)
$d_b \leq 16$ mm	6
$16 \text{ mm} < d_b \leq 25$ mm	8
$25 \text{ mm} < d_b \leq 32$ mm	10
$d_b > 32$ mm paquetes de barras	12

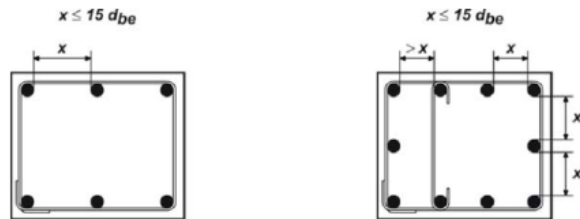
Se podrá utilizar alambre conformado o malla soldada de alambre con un área equivalente.

$$s \leq \begin{cases} 12 d_b \\ 48 d_{be} \\ \text{lado menor de la columna} \end{cases}$$

Los E° de elementos solicitados a compresión, siempre serán cerrados, ya que arriostran barras y también confinan el H°.

Ganchos para estribos

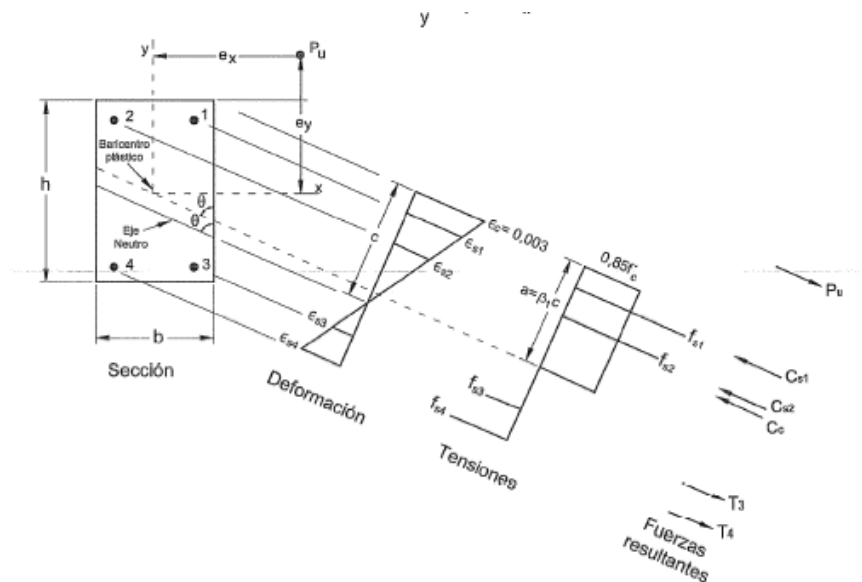
Cuando la distancia entre armaduras longitudinales supere $15 d_{be}$, se deberán colocar ganchos para evitar el pandeo de las armaduras.



Flexión compuesta oblicua

La aplicación de la carga tiene doble excentricidad respecto del baricentro de la sección transversal, es decir, que vamos a tener momento flector en dos direcciones. A diferencia de lo que sucedía en flexión recta, donde había una línea de falla, acá hay una superficie de falla. La resistencia de una columna bajo flexión compuesta oblicua, se puede representar como una superficie formada por las distintas curvas de interacción planas que se trazan en forma radial a partir del eje de cargas axiales.

Para un estado de cargas dado, es posible plantear distintas posiciones del eje neutro, que formará un ángulo θ con uno de los ejes principales de la pieza, y planteando las ecuaciones de equilibrio, determinar un punto de la superficie de interacción. El eje neutro en general no será perpendicular al plano de cargas, por lo que el proceso iterativo es lento y laborioso.



Para evitar tener que hacer esto, hay otros métodos que pueden aplicarse

- Programas de computadora
- Diagramas de interacción (rosetas)
- Método de Bresler (Método de la carga inversa)

Método de Bresler

Es un método de verificación, o sea, que yo tengo que proponer una sección y una cantidad de armadura de entrada, y ver si me da o no, no puedo dimensionar desde 0 con este método. Establece la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_{nx}} + \frac{1}{P_{ny}} - \frac{1}{P_{n0}}$$

- P_n : valor aproximado de la resistencia nominal con excentricidades e_x y e_y .
- P_{nx} : resistencia nominal cuando $e_x=0$. Se supone flexo-compresión recta en torno al eje X. Este valor se obtiene a partir de los diagramas de interacción para flexión recta. $n = \Phi P_{nx}/A_g \rightarrow P_{nx} = n A_g/\Phi$
- P_{ny} : resistencia nominal cuando $e_y=0$. Se supone flexo-compresión recta en torno al eje Y. Igual que para P_{nx} , $n = \Phi P_{ny}/A_g \rightarrow P_{ny} = n A_g/\Phi$
- P_{n0} : $0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}$. Resistencia nominal para compresión pura.

Después debo verificar $\Phi P_n \geq P_u$.

Como ya vimos que tengo que diseñar una sección y luego verificarla con este método, el problema radica en qué cuantía tomar como inicial para hacer la verificación de la capacidad de la columna, teniendo en cuenta que el proceso de selección puede requerir de varias iteraciones.

Usando el procedimiento que se presenta en el libro de McCormac, se procede como sigue:

Si la columna es cuadrada, se supone que M_{nx} y M_{ny} actúan respecto a ejes x, y. Quiere decir:

$$M_x = M_y = M_{nx} + M_{ny}$$

La cantidad total de armadura sale de hacer el diseño respecto a unos de los ejes, y se distribuye alrededor de la sección de la columna. Luego verifico con Bresler.

Si tengo una sección rectangular, donde y es la dirección débil, se toma M_y

$$M_y = (M_{nx} + M_{ny}) b/h$$

Con ese valor de momento se determinan las armaduras entorno al eje débil.

La cantidad total de armaduras se determinará entonces con el momento entorno al eje débil, mediante un diagrama de interacción para flexo-compresión recta. Entro al diagrama conociendo γ , n y m , y saco ρ . Luego, $\rho * A_g$, me da la armadura.

La armadura se distribuye en toda la sección de la columna, y finalmente se verifica la capacidad con Bresler.

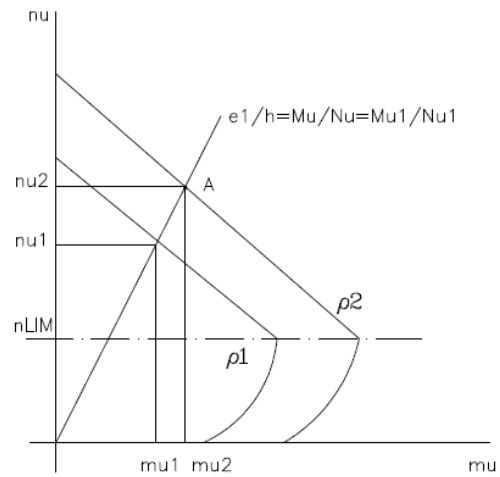
Además de la verificación de resistencia, debo verificar la aplicabilidad del método. Para eso, se debe satisfacer que $P_n \geq 0.10 P_o$. Esto es lo mismo que pedir que P_{nx} y P_{ny} estén por encima de los P_x y P_y balanceados respectivamente.

Cuantía mínima en compresión excéntrica recta

Para una columna sometida a compresión y flexión, podemos determinar tranquilamente la excentricidad. En función de las solicitaciones (nu1 y mu1), puede pasar que entre al diagrama y la cuantía que me da gráficamente es menor a la mínima.

En ese caso, lo que puedo hacer es prolongar la excentricidad relativa, que es dato, hasta intersectar la curva de ρ= 1%, y saco nuevos valores de n y m (nu2 y mu2).

Las expresiones de nu1 y nu2 respectivamente, son:



$n_{u1} = \frac{Nu}{b_1 \cdot h}$ $n_{u2} = \frac{Nu}{b_2 \cdot h}$ Pero $n_{u2} > n_{u1}$ $b_2 < b_1$ para un h fijo. Para $\rho_{min} = 1\%$, se necesitará una sección de H° menor. Podemos escribir entonces

$n_{u1} \cdot b_1 = n_{u2} \cdot b_2$; $b_2 = \frac{n_{u1}}{n_{u2}} \cdot b_1$ La sección de acero que cumple con la cuantía mínima reglamentaria del 1% total es está referida a la sección estáticamente necesaria $\rho_2 \cdot b_2 \cdot h = 0,1 \cdot b_2 \cdot h$. La cuantía mínima respecto de la sección adoptada entonces se puede sacar como $\rho_{min} = 0.1 \cdot (n_1/n_2)$

El código admite colocar el 1% de la sección estáticamente necesaria siempre que dicha sección sea superior al 50% de la sección real. Esto quiere decir que nunca una columna tendrá una cuantía inferior al 0.5% respecto del área total.

Capítulo 7: Pandeo

Conceptos estructurales

Para el caso de columnas esbeltas, deben considerarse los efectos de segundo orden, que pueden generar el colapso de la estructura, con el correr del tiempo. En el H° estructural hay 3 aspectos que hacen a la no linealidad del comportamiento estructural.

1. No linealidad geométrica: la estructura deformada (cargada) no es igual a la estructura sin deformar. Además, la geometría dependerá de la secuencia de aplicación de las cargas.
2. No linealidad entre esfuerzos y deformaciones: es debida a los materiales, y a las fisuraciones del H° que introduce una modificación localizada y aleatoria de la deformabilidad del conjunto H°-armadura.
3. Variación en el tiempo de la relación cargas- deformaciones, como consecuencia de los efectos reológicos (fluencia lenta y relajación del acero).

Definición de esbeltez

- Esbeltez geométrica: $\lambda_{geom} = \frac{l_e}{d}$.
- Esbeltez mecánica: $\lambda_{mec} = \frac{l_e}{r}$ $r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}}$

Longitudes

- l_e es la longitud de pandeo. Es función de las condiciones de vínculo.
- l_u es la longitud lateralmente no arriostrada. Es la distancia entre los elementos capaces de proporcionarle apoyos laterales en la dirección considerada a una columna.

$$l_e = k l_u$$

Marco teórico

Euler fue quien desarrolló las ecuaciones del problema de pandeo. Planteó el equilibrio de una sección deformada, y resolviendo una ecuación diferencial de segundo orden llegó a una expresión de carga crítica P_{cr} . Por encima de ese valor de carga, la pieza comienza a sufrir deformaciones muy grandes que hacen colapsar el sistema. Por ejemplo, para una carga 1.5% superior al valor de P_{cr} , las deformaciones aumentan en un 22%.

Por lo tanto, al dimensionar piezas considerando estos efectos, siempre debemos procurar no superar este valor.

$$P_{cr} = \pi^2 \frac{EI}{l^2}$$

Esta es la carga crítica para un material ideal sometido a compresión centrada. La carga crítica es función de

- El tipo de solicitación
- La geometría de la sección
- La calidad del material
- El tipo de vínculos
- La esbeltez (cuanto más esbelta sea la columna, menor será P_{cr} , pandeará con menos carga).

Efecto de la esbeltez

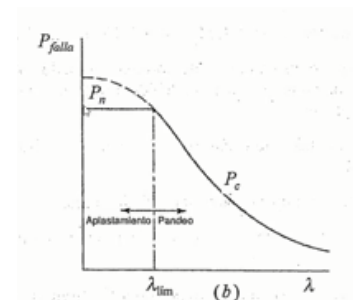
Representando la carga crítica en función de la esbeltez, se puede ver la reducción de la resistencia al pandeo con el aumento de λ .

Condiciones de borde en columnas y longitud efectiva

Como siempre los empotramientos o las articulaciones son parciales, y además las columnas que vamos a dimensionar forman parte de un todo. Lo que controla el grado de impedimento a rotaciones es, para una columna, la relación entre la rigidez a flexión de la columna en el extremo considerado con respecto a la rigidez a flexión de las vigas que llegan al nudo. El grado de restricción de un extremo de una columna se evalúa a partir del coeficiente ψ .

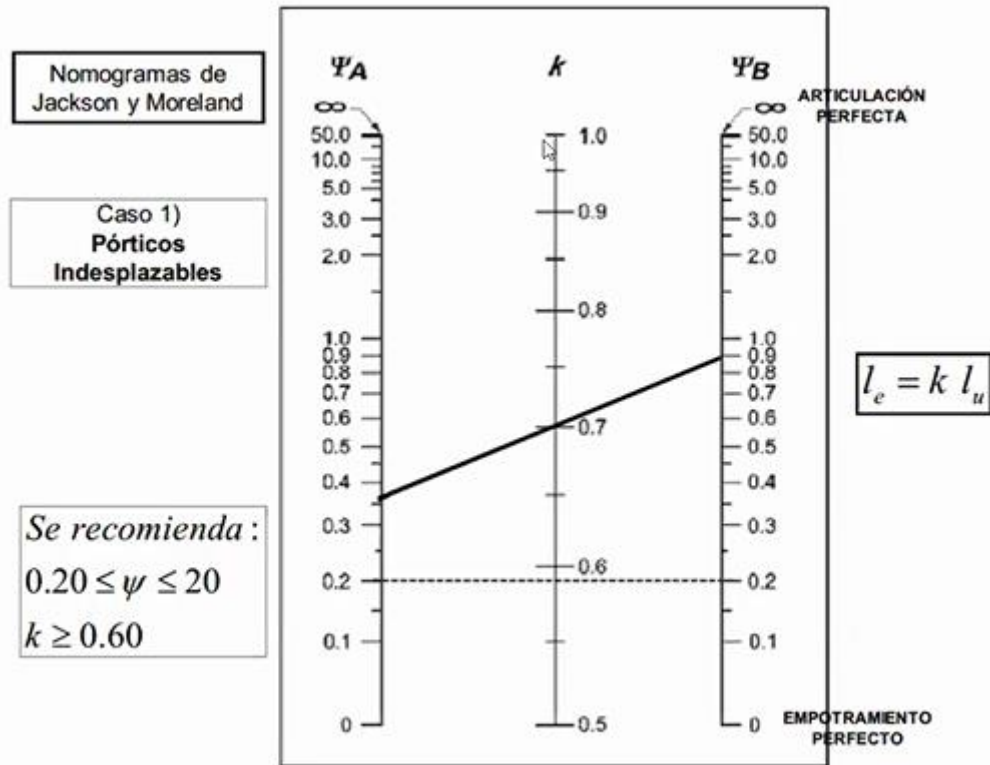
$$\psi = \frac{\sum(EI^c_e/l) \text{ columnas}}{\sum(EI^v_e/l) \text{ vigas}}$$

Los E de las fórmulas pueden eliminarse porque todo es H° . Como estamos calculando las rigideces de los nudos ya fisurados, los momentos de inercia de vigas y columnas se calculan plasticados. Los de las vigas van multiplicados por 0.35 y los de columnas por



0.70. Las vigas placas tienen el doble de rigidez que una viga rectangular. En el caso de extremos articulados de vigas o columnas, se recomienda reducir la rigidez en un 50%.

Una vez calculados los ψ de cada nudo de la columna estudiada, entro al nomograma de Jackson y Moreland, y saco el valor de k . Hay dos nomogramas, dependiendo de si los pórticos son indesplazables o no.



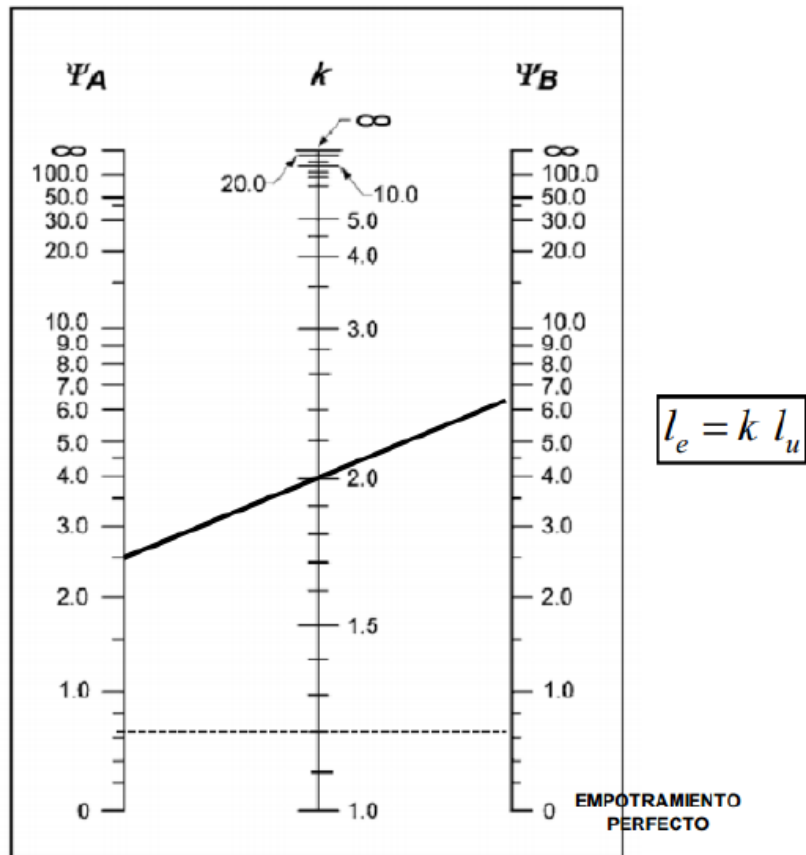
Cuando el pórtico es desplazable, es donde empezamos a tener problemas de pandeo. Siempre debemos evitar hacer pórticos desplazables, y en caso de que los tengamos, ni en pedo hacer columnas esbeltas.

Los elementos sometidos a compresión que tienen posibilidades de desplazamiento lateral, son más vulnerables que en el caso que a la estructura se la provea de arriostramiento que minimice los desplazamientos horizontales.

El nomograma para pórticos desplazables es:

Curvas Moreland

Se recomienda:
 $k \geq 1.20$



$$l_e = k l_u$$

Estructuras desplazables y no desplazables

También se definen como pórticos arriostrados o no arriostrados. En H^oA^o raramente se trabaja con elementos individuales. En general, los pórticos son de nudos rígidos, es decir, con resistencia a momentos (no articulados).

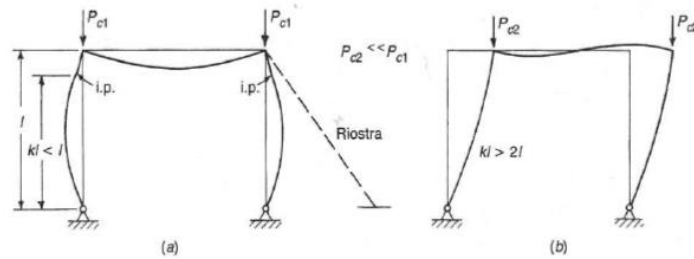
Las vigas en combinación con las columnas, deben tener suficiente rigidez como para mantener los desplazamientos horizontales dentro de ciertos límites. La rigidez de la columna a desplazamientos horizontales, depende de la rigidez global de la estructura a la que el pilar pertenece o a la que está de alguna manera vinculada.

Las columnas con nudos indesplazables, son aquellas que presentan vínculos en sus extremos que impiden el desplazamiento o bien que la estructura a la que pertenece dispone de elementos con una rigidez mucho mayor (tabiques, por ejemplo) que la de la columna como para poder restringir el desplazamiento lateral de los extremos de dicha columna.

La columna presenta nudos indesplazables cuando los momentos de segundo orden son menores al 5% de los momentos de primer orden.

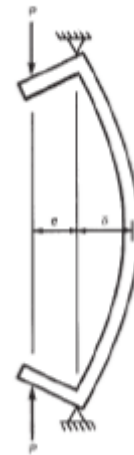
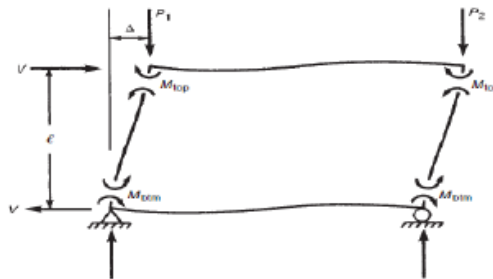
En estructuras indesplazables, los efectos de pandeo son analizados entre los nudos de la columna en cuestión. En cambio, en las estructuras desplazables, tenemos el problema de que hay una deriva de todo el sistema y el problema de pandeo entonces se traslada a los nudos. No estudio el pandeo entre nudos, sino que directamente debo evaluar el nudo.

En los siguientes esquemas se ve cómo funcionan los dos tipos de pórticos:



Para el caso (a) vemos que la mayor deformación se da en el centro del tramo, o a $2/3$ de la altura de la columna. Los nudos no se desplazan, cuando mucho pueden girar en función de la rigidez que tengan. En el caso (b), vemos que el mayor valor de desplazamiento justo se da en el nudo, y la longitud de pandeo de la columna duplica a la altura real de la misma. En una columna, pueden actuar dos tipos de momentos de segundo orden:

- $P-\delta$: resultan de desviaciones del eje de la columna doblada, uniendo los extremos de la columna. Son los que se dan en pórticos indesplazables.
- $P-\Delta$: resultan de desviaciones laterales de las uniones viga-columna de sus ubicaciones originales. Suceden en pórticos desplazables.



Tipos de falla

- 1- Agotamiento de la capacidad resistente de la pieza " P_u ". $P_{cr} > P_u$.
 - 1.1 – Rotura por aplastamiento: fisuraciones en la cabeza del pilar y salto del recubrimiento.
 - 1.2 – Rotura por flexión: fisuras finas en horizontal en la cabeza o en el pie del pilar. (en el diagrama de interacción estaríamos muy por debajo de la sección balanceada). Sería un caso de compresión con gran excentricidad.
- 2- Inestabilidad del equilibrio elástico. Carga de pandeo crítica " P_c ". $P_{cr} < P_u$. Se presentan fisuras o grietas en horizontal en una cara de la columna. Hay una gran deformación de las armaduras y rotura del H° . Son fallas abruptas.

Influencia de las deformaciones

Considerando que el H° no es un material elástico lineal, y suponiendo que tenemos desplazamientos que no pueden despreciarse, se analiza la siguiente columna.

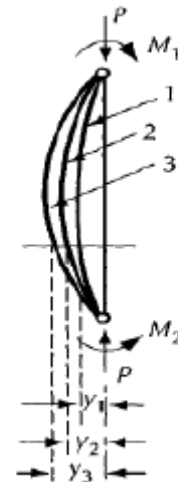
La columna se encuentra sometida a un momento de primer orden y a una fuerza de compresión P . Ahora entonces el momento flector de la columna es la suma de: $M=M_1+Py_1$, donde y es la excentricidad de la carga P , como consecuencia de la deformación de la columna. (Dijimos que no íbamos a despreciar los desplazamientos). Si la columna es muy esbelta, como consecuencia de M , se generarán nuevas

deformaciones que producirán un nuevo momento $M_2=M_1+Py_2$, y así sucesivamente, hasta que la columna colapsa. Lo que conocemos como inestabilidad del equilibrio es justamente este fenómeno de retroalimentación entre deformación y sollicitación.

Ahora bien, si la columna tiene un momento interno superior a este momento exterior, ¡ojo!, la columna resiste. El colapso se va a producir si el momento interno no llega a equilibrar lo que está pasando afuera.

El momento no crece proporcionalmente a la carga, sino que lo hace con mayor intensidad. v deja de ser despreciable frente a la excentricidad e .

- $M' = P \cdot e$ (momento de primer orden).
- $M'' = P(e + v)$ (momento de segundo orden).



Compresión en material ideal

Para material ideal, cuando tenemos la columna sometida solo a compresión, la misma falla por inestabilidad elástica. En cambio, si está sometida a cargas excéntricas, la falla se da por el agotamiento del material.

¿Qué concluyo de todo esto? Que, para una columna ideal, es más peligroso poner la carga centrada que colocarla excéntrica, porque si la coloco centrada puedo tener pandeo.

Compresión en hormigón armado

Como el módulo elástico no es constante, y asumimos la sección fisurada, la columna tendrá una respuesta distinta para cada carga aplicada. A diferencia de lo que sucede para materiales ideales, la excentricidad inicial aumenta el peligro de inestabilidad.

Efecto de la fluencia lenta

Como se generan deformaciones con el correr del tiempo, una carga que al principio no era crítica puede pasar a serlo.

En todos los gráficos, cuando una recta se vuelve tangente a la curva que representa la respuesta interna de la estructura, la carga es crítica. La línea curva es la respuesta interna de la estructura, hasta el valor de rotura, y las líneas rectas son diferentes valores de momento externo aplicados en la columna. Donde la recta de momento externo no intercepte a la curva de momento interno resistente, deja de obtenerse el equilibrio.

Las curvas dependen del nivel de P . A mayor carga, más inclinada es la curva.

Son curvas porque el momento interno $M_{int} = -EIy''$. Como la elástica es una función polinómica de cuarto grado y el EI no es constante, la expresión es una ecuación de segundo grado.

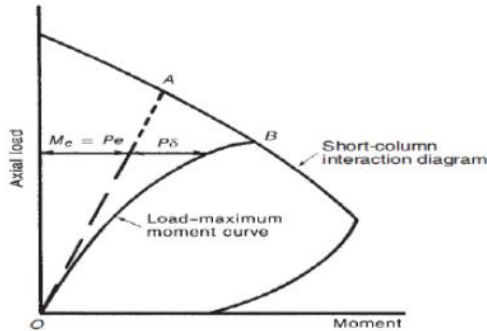
Columnas en compresión más flexión con nudos indesplazables/ nonsway

Para determinar como se estudia el pandeo, vamos a considerar siempre columnas sometidas a flexo compresión, no solo a compresión centrada ya que sabemos que en la práctica es imposible omitir estas excentricidades.

Se analizan los momentos de primer orden, es decir, se plantean las ecuaciones de equilibrio en la configuración inicial indeformada. $M=M_0$.

El análisis de momentos de segundo orden se hace planteando equilibrio de la columna con la configuración actual deformada. $M=M_0+Py$ donde en la sección central, $y=\delta$.

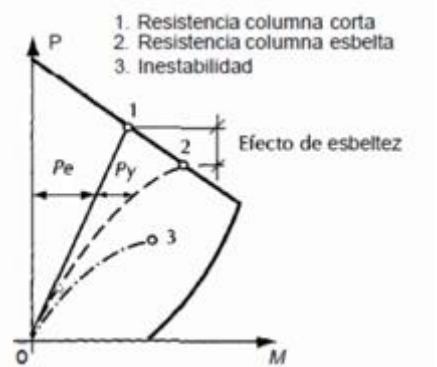
Columnas esbeltas



Son aquellas columnas en las que se produce una reducción de su capacidad resistente a esfuerzo normal de aproximadamente un 5% debido a momentos que resultan de deformaciones laterales de las columnas.

En el diagrama de interacción vemos como el valor de P que puede tomar la columna, baja desde A hasta B a

causa de que a la excentricidad relativa original, se le agrega un término δ . Además, la excentricidad relativa deja de ser recta porque el valor de δ depende también del esfuerzo aplicado.



En el punto 2, la columna falla por el material, pero ya en 3, falla por inestabilidad. La esbeltez de la columna en este punto es excesiva. El tipo 2 de falla es el que ocurre generalmente en columnas esbeltas que forman parte de pórticos con desplazamientos laterales restringidos. El caso 3 ocurre en columnas de pórticos no arriostrados lateralmente con elementos sin rigidez suficiente.

Nota: Hasta ahora hemos visto casos de flexión donde la mayor curvatura se da en el centro de la columna, pero hay infinitos casos de como cargar una columna. Para los efectos de pandeo, lo más favorable es aplicar momentos cruzados en los nudos, de manera que la deformada justo tenga un punto de inflexión en el medio de la columna y el valor de δ en los cuartos de la luz de la columna son mucho más chicos.

Proceso de dimensionado

- 1 Condición de estabilidad:
 - 1.1 Verificación de acuerdo a la teoría de segundo orden: es un proceso muy engorroso.
 - 1.2 Verificación utilizando procedimientos simplificados: aplicamos el método de la amplificación de momentos, aplicable a pórticos desplazables e indesplazables.
- 2 Condición de resistencia: agotamiento a flexo compresión.

Método de amplificación de momentos- Pórtico Indesplazable

Un pórtico será Indesplazable cuando:

- Es evidente por presencia de tabiques, cajas de escaleras rígidas, etc.
- Están vinculados a elementos que absorben las fuerzas horizontales.
- $M'' \leq 1.05 M'$

- Q (índice de estabilidad) ≤ 0.05

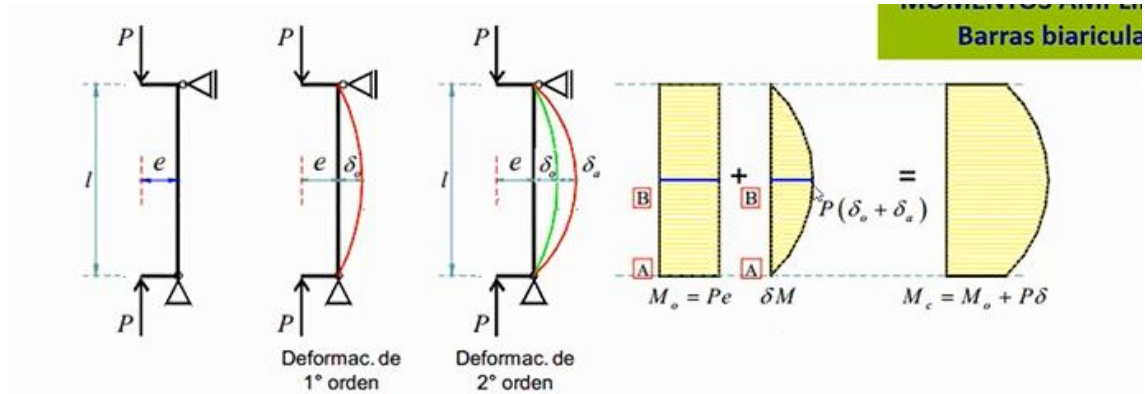
Este método lo que hace es determinar un momento M_c con el que pueda calcular la columna, considerando los efectos de esbeltez. Este momento sale de multiplicar al momento de primer orden por un coeficiente δ_{ns} .

El momento M_c es el valor con el que voy a cargar la columna para dimensionarla.

$$M_c = M_0 + P (\delta_0 + \delta_a)$$

- δ_0 es la deformación por acción del momento de primer orden. $P \cdot e = M_0$
- δ_a es la deformación que se produce cuando actúa el momento $P (e + \delta_0)$.
- $P (\delta_0 + \delta_a)$ es el momento P- δ de 2do orden típico de los pórticos indesplazables.

Aplicando el teorema del método de área de momentos, saco δ_0 y δ_a . Los calculo multiplicando el diagrama de momentos por la distancia al baricentro. Para sacar δ_a , como el diagrama es una semi onda senoidal, tengo que buscar cuánto vale la media área de esa forma (no es tan sencillo como en el caso del diagrama rectangular).



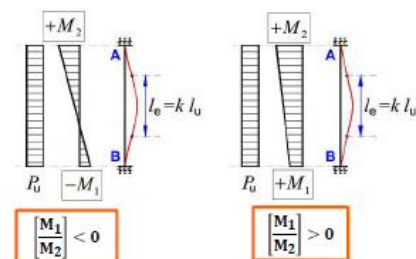
Aplicando el Método de Área de Momentos, considerando que la distribución de deformaciones es una semi onda senoidal, y por lo tanto la de momentos adicionales, también, se obtiene:

$$\text{Area} \frac{M_0}{EI} \Big|_A^B = \frac{M_0 l}{EI 2} ; y_{g \frac{M_0}{EI}} = \frac{l}{4} \Rightarrow \delta_0 = \frac{M_0 l^2}{EI 8}$$

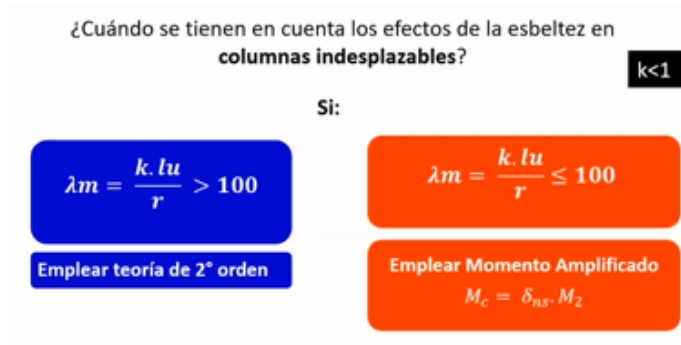
$$\text{Area} \frac{\delta M}{EI} \Big|_A^B = \left(\frac{P}{EI} (\delta_0 + \delta_a) \right) \frac{l}{2\pi} ; y_{g \frac{\delta M}{EI}} = \frac{l}{\pi} \Rightarrow \delta_a = P \frac{l^2}{\pi^2 EI} (\delta_0 + \delta_a)$$

Reemplazando y simplificando cuestiones matemáticas, se llega a una expresión de M_c . Ahora bien, a esa expresión, llegamos suponiendo un diagrama rectangular de sollicitación de momento flector, y sabemos que no siempre puede pasar eso, la columna puede cargarse de infinitas maneras. Para no complicar más las cosas, el código adopta un coeficiente llamado C_m , que lo que hace es llevar el momento a un valor medio constante, evaluado de tal manera que el momento máximo amplificado de la columna equivalente sea igual al de la columna real. Convierte un diagrama trapecial/triangular en uno rectangular.

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$$



- M_1 : es el MENOR momento de primer orden mayorado en uno de los extremos. Si los momentos tienen distinto signo, se adopta negativo.
- M_2 : es el MAYOR momento de primer orden mayorado. Siempre positivo.



Vamos a intentar escapar del valor 100 porque sino tengo que usar la teoría que es muy compleja. Necesitaría software para resolverlo y no se admiten métodos simplificados en ese caso.

¿Cuándo se puede ignorar el efecto de la esbeltez en pórticos indesplazables?

$$\lambda_m \leq \lambda_{lim} \quad \rightarrow \quad \frac{k l_u}{r} \leq 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40$$

En caso de que $M_1=M_2=0$, el $\lambda_{lim}=22$. Si esto se cumple se verifica ELU de agotamiento a flexo compresión con las solicitaciones de primer orden.

Índice de estabilidad

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_0}{V_{us} l_c} \leq 0,05$$

- $\sum P_u$: carga vertical mayorada total.
- V_{us} : esfuerzo de corte horizontal en el piso considerado.
- Δ_0 : desplazamiento relativo de primer orden entre la parte superior e inferior del entrepiso a causa de V_{us} .
- l_c : longitud de la columna, medida entre los ejes de los nudos

Es la relación entre la sumatoria del efecto de segundo orden/ la sumatoria de los efectos de primer orden. Este índice no puedo calcularlo si no tengo un programa en 3D para poder calcular Δ_0 . En pórticos donde no tengo cargas horizontales, no tendría V_{us} , pero genero una fuerza horizontal ficticia que me permita calcular si el pórtico es Indesplazable

Retomando con el método amplificado

$$M_c = \delta_{ns} M_2$$

$$M_2 \geq M_{2,min} = P_u (0.015 + 0.03 h) \text{ (kn . metros)}$$

El momento a amplificar es el mayor de los momentos de los extremos, y debe cumplir el mínimo para cada dirección. El factor de amplificación se calcula como:

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75 P_c}} \quad 1,0 \leq \delta_{ns} \leq 1,4$$

Si δ_{ns} da mayor a 1.40, tengo que redimensionar la columna. No puede haber columnas donde el momento de segundo orden sea mayor al 40% del de primer orden.

El 0.75 es para tener un margen de seguridad con respecto a la carga crítica de Euler. Es el factor de reducción de rigidez. La carga crítica de Euler:

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{l_c^2} = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2}$$

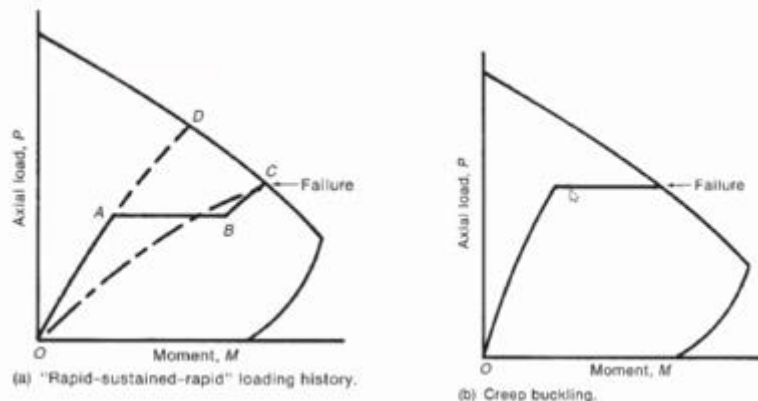
El C_m valdrá lo que puse en la página 104 o 1 cuando existan cargas transversales entre los apoyos. (carga aplicada en el medio de la columna ponele).

l_u es la longitud no arriostrada. De la ecuación de P_c , lo más engorroso de determinar es el EI porque no es un término constante, ya que depende del momento aplicado y de la curvatura ϕ . El código entonces fija el valor de EI

$$EI = \frac{0.4 E_c I_g}{1 + \beta_{dns}}$$

- E_c : modulo elástico H° $4700 \sqrt{f'c}$
- I_g : momento de inercia baricéntrico de la sección de H° s/ armadura.
- β_{dns} : termino que tiene en cuenta la fluencia. Vale 0.6

A fin de cuentas, termino si hago $0.4/1.6=0.25$. Esto quiere decir que el código no solo reduce P_c con el 0.75, sino que considera como aporte a la rigidez solo el 25% de lo que efectivamente la sección de H° puede dar.



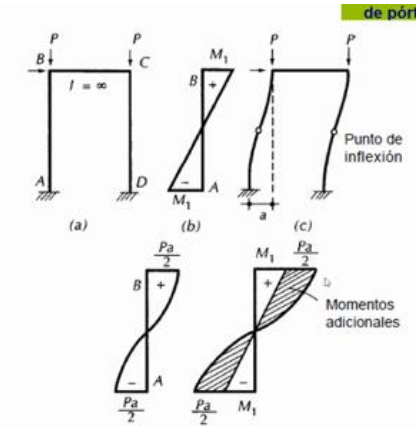
El (a) es como disminuye la resistencia de la columna por la secuencia de aplicación de una carga, y el caso (b) es como baja la carga por acción de la fluencia lenta. Por eso es que el código reduce tanto la rigidez. Todos estos fenómenos están contemplados en esas restricciones.

Si tengo que evaluar los efectos de la esbeltez en columnas de pórticos indesplazables sometidos a flexión oblicua, calculo los momentos respecto a ambos ejes, los amplifico con el método visto, obteniendo M_{cx} y M_{cy} . Con esos valores de momento, verifico con Bresler. Si no, uso rosetas.

Pórticos desplazables

Ahora, la deformación máxima no está en el eje de la columna, sino que se encuentra en los nudos. Los momentos de segundo orden son del tipo P-Δ.

Para el caso de una columna en PB, cuando se dimensiona la fundación, por equilibrio del nudo se deberá considerar el momento de segundo orden. Lo mismo en el otro extremo, tengo que verificar el dintel o la viga que llega a la columna con ese momento para que verifique el equilibrio del nudo.



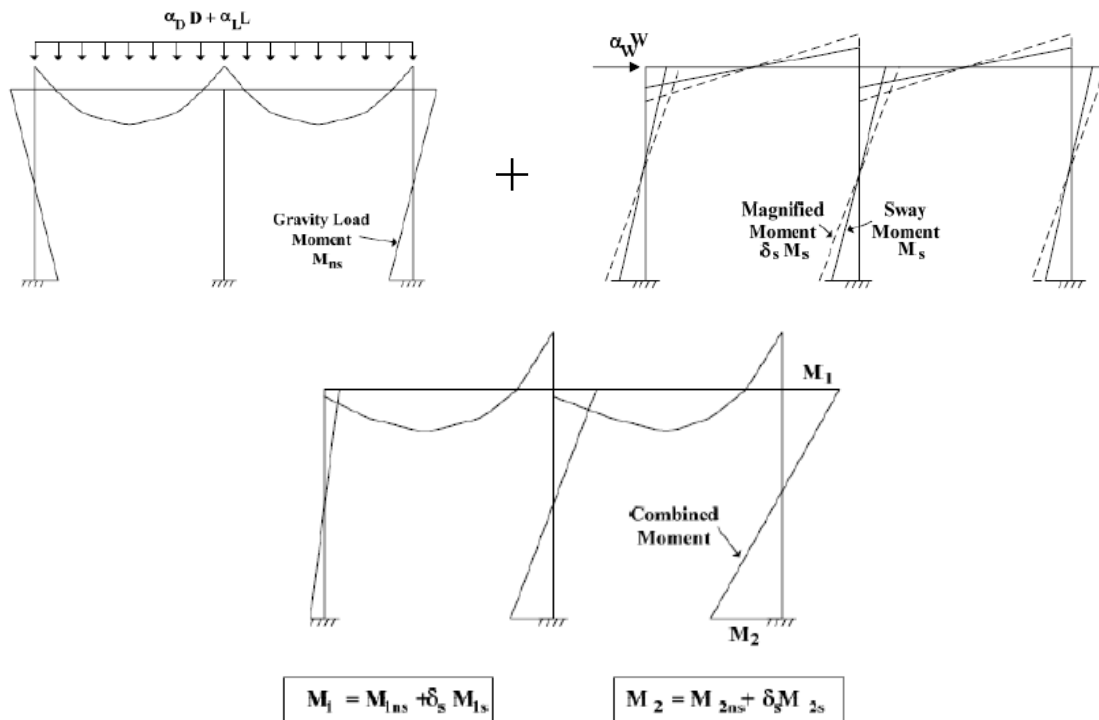
Cuando $\lambda m \leq 22$, pueden ignorarse los efectos del segundo orden. Si $\lambda m > 100$, tengo que emplear si o si la teoría de segundo orden, no puedo aplicar un método simplificado. Cuando $22 < \lambda m < 100$, podemos aplicar el método de momentos amplificados en los extremos de la columna. Los momentos amplificados en los extremos de la columna, tendrán dos componentes:

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s}$$

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$

M_{1ns} y M_{2ns} son los momentos de primer orden producidos por las cargas verticales del pórtico que no contribuyen con la deriva de la estructura. Es como que hasta acá se considera a la estructura como Indesplazable.

Los momentos M_{1s} y M_{2s} si son los de segundo orden, producto de la acción de las cargas horizontales que generan el desplazamiento de la estructura. Estos son los que vamos a amplificar con el método. En este análisis es donde se contempla el hecho de que el pórtico es desplazable.



Para determinar los valores de los valores de δ_s tenemos 3 opciones:

- 1- Análisis de segundo orden. Necesito software.
- 2- Método directo P- Δ . Muy complejo.
- 3- Factor de amplificación de momentos por desplazamiento lateral. Este es el que usamos.

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum 0.75 P_c}} \geq M_s$$

La diferencia que tiene con la expresión de δ_{ns} , es que acá el C_m siempre vale 1 y que, además, necesito conocer la sumatoria de todas las cargas P_u y P_c . Si por ejemplo quiero estudiar una columna de esquina en PB, tengo que sumar todos los P_u de las plantas superiores y todas las cargas de pandeo de las columnas de las plantas por encima de la que estoy analizando. Si $\delta_s > 2.5$, se debe rigidizar el pórtico (redimensionar columnas).

El P_u sería el $1.2 q_D + 0.5 q_L + 1.6 W$. Ya tengo que considerar la acción de las cargas laterales que generan desplazamientos laterales.

Nota: cuando calcule el EI para determinar P_c , el β_d (que para pórticos indesplazables se tomaba igual a 0.6) es prácticamente nulo. Esto es porque dicho coeficiente tiene que ver con la fluencia lenta de la estructura, y acá estamos calculando el δ_s para una carga que genera desplazamientos laterales, como el viento. El viento nunca va a generar problemas de fluencia lenta, no es una carga permanente aplicada durante un largo periodo de tiempo

Relación entre momentos de primer y segundo orden

Cuando los M_2 (incluyendo efectos de 2do orden) supera 1.4 los efectos de 1er orden, el peso de la estructura es alto en proporción a su rigidez lateral. Esto conduce a un efecto excesivo de P- Δ .

Con el tiempo, los efectos de P- Δ introducirán singularidades en la solución a las ecuaciones de equilibrio, lo que indica la inestabilidad estructural física. Cuando la relación entre momento secundario y primario es de 1.33, el índice de estabilidad Q da 0.25, y se ha visto que para $Q=0.20$ la probabilidad de fallo de la estructura aumenta rápidamente. Por eso, se toma como límite 1.40, y si no verifica, se debe redimensionar la columna.

Momento entre nudos

Puede pasar, que una columna sea demasiado esbelta y por la carga que tiene que soportar, el momento máximo no se da en el nudo, sino en un punto intermedio de la columna. Cuando se verifique la siguiente expresión, el momento máximo puede **no** estar en los extremos;

$$\frac{l_u}{r} > \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c A_g}}}$$

En ese caso, se calcula un δ_{ns} para esa columna:

- 1- Saco C_m con M_1 y M_2 que ya conozco, como si fuera una columna de un pórtico Indesplazable.
- 2- P_u lo calculo con la combinación $1.2 q_D + 0.5 q_L + 1.6 W$.
- 3- P_c lo saco como si fuera una columna de un pórtico Indesplazable.

Si el δ_{ns} da mayor que 1, voy a calcular la columna con el $M_2 * \delta_{ns}$, si no, no le doy bola y asumo entonces que el momento máximo si se da en el nudo. Esto es muy raro, pero puede suceder.

Nota: eso de limitar el δ_{ns} a 2.5, no es técnicamente cierto. Antes se hacia eso, pero se tenía que agregar un paso de verificar la columna sometida solamente a cargas gravitatorias mayoradas. Pero ahora, limitando que el momento secundario no supere en un 40% al momento primario, indirectamente estoy limitando el valor de δ_{ns} (nunca voy a llegar a 2.5) y evito tener que hacer la verificación esa de las cargas gravitatorias mayoradas.

Capítulo 8: Bases

La cimentación es la parte estructural del edificio encarga de transmitir en forma repartida las cargas del edificio al terreno donde se asienta.

La presión del suelo (en Bahía) es aproximadamente de 2.5 kg/cm^2 y el H° tiene 250 kg/cm^2 , por lo que, si yo sigo la cimentación con la misma sección transversal que le di a la columna, la base se enterraría en el suelo por tener una superficie de contacto muy pobre. Por eso es que en la zona de fundaciones se aumenta el área. La falla de una cimentación puede darse por:

- Pérdida de estabilidad general.
- Falla por capacidad portante.
- Falla por deslizamiento.
- Falla combinada en el terreno y la estructura.
- Falla estructural debido a movimientos de la cimentación.
- Asientos inadmisibles.
- Levantamiento excesivo (suelos cohesivos que se expanden al hidratarse).
- Vibraciones inaceptables.

Las fundaciones se pueden clasificar en cimentaciones profundas, que son los pilotes, cajones o cilindros, o pozos romanos; y las superficiales, que son las zapatas o las plateas. Las zapatas pueden ser bases aisladas, bases vinculadas con tensor o con viga Cantilever, bases combinadas (combinada se dice cuando una sola fundación tiene 2 columnas, y si tiene 3 o más se denomina base continua), o plateas.

Tipo de cimiento	Descripción	Imagen
De zapatas	Sistema económico para cimentaciones cerca de la superficie del suelo. La zapata es utilizada cuando el suelo es resistente , es decir, es capaz de soportar pesos elevados.	
De losa continua	Se utiliza cuando las cargas que soporta el edificio son relativamente grandes y el terreno es inestable . Son placas de hormigón cerca de la superficie del suelo, que hacen que el edificio 'flote' sobre el suelo como una sola unidad.	
Pozos o pilares	Son cimentaciones de profundidad media, utilizadas en terrenos blandos en superficie. Mediante pilares de hormigón, se transmiten las cargas del edificio directamente al lecho de roca estable más profundo.	
De pilotes	Sistema utilizado para terrenos blandos. La carga del edificio se distribuye mediante pilotes o pequeños pilares de hormigón a profundidad considerable.	

Factores de elección

Presiones admisibles

La presión del suelo va a ser un dato proporcionado por un laboratorio geotécnico. Siempre se habla de presión porque el suelo nunca va a estar traccionado, siempre comprimido. El dato del suelo será una presión admisible, entonces cuando dimensiona también tengo que trabajar con cargas admisibles. Es decir que las fundaciones se dimensionan con cargas de servicio, no con cargas últimas.

Asentamientos máximos p_{max} (s_{max})

Es otro factor de elección. Suelen seguirse las recomendaciones de Terzaghi Peck, que, según el tipo de suelo, establece el asentamiento máximo admisible. Van de 25 a 50 mm.

Asientos diferenciales máximos δ_{max}

Se puede limitar la diferencia de asentamiento entre diferentes zapatas de una estructura. Las zapatas pueden tener diferentes asentamientos porque también soportan diferentes valores de carga.

Distorsión angular

Es la relación entre el asentamiento diferencial máximo y la longitud L que separa las fundaciones. $B = \delta / L$. Con δ en pulgadas y L en cm, cuando β llegue a $1/300$ se presentarán grietas en la mampostería, y para $\beta = 1/150$ ya aparecen fallas estructurales en el $H^\circ A^\circ$. La determinación del β también puede impulsarme a elegir una zapata continua en vez de una aislada justamente para reducir estos valores de distorsión.

Cota del estrato resistente

A medida que aumenta la profundidad, la presión que aguanta el suelo es mayor. Tengo dos caminos, o fundo más arriba, pero uso más H° , o me voy más abajo donde la presión es más grande y no necesito tanto material.

Otros factores

Cargas (ubicación y magnitud), ubicación sobre LM y reglamentación del código de edificación, profundidad de la napa y dificultad constructiva (bombeo), existencia de sótanos, profundidad de las heladas, construcciones vecinas, disponibilidad de mano de obra y tecnología, velocidad de construcción, etc.

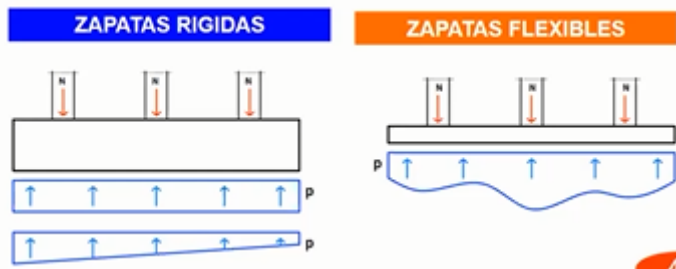
Zapatas rígidas y flexibles

Hay otra clasificación posible para las fundaciones: se las puede dividir en zapatas rígidas o flexibles.

Cuando el cimiento es rígido, puedo asegurar que el diagrama de presiones de la base sea uniforme, trapezoidal, o lineal.

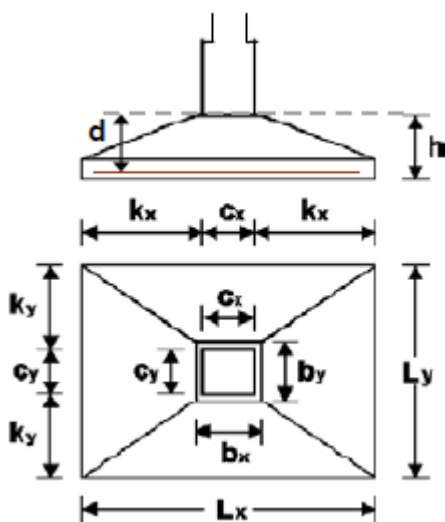
En cambio, las zapatas flexibles se deforman mas y no puedo asumir que la presión se distribuye de manera lineal en toda la superficie de contacto de la fundación. Vamos a intentar siempre diseñar zapatas rígidas.

La carga que vamos a tener en la fundación para diseñarla, es la presión del suelo. Yo con ese valor de presión voy a sacar diagramas de momento y corte y con eso dimensiono. Si tengo que calcular el diagrama de momento para una carga distribuida como las que aparecen en zapatas flexibles, es mucho más complejo, por eso, siempre que pueda voy a dimensionar zapatas rígidas.



Bases aisladas centradas

Son bases a las que llega una sola columna, y la relación de lados debe cumplir L mayor ≤ 2.5 a $3 L$ menor para garantizar que la base sea rígida y el vuelo $k < 2 \cdot h$. Si es rígida, el diagrama de presiones es lineal.



- C_x, C_y son las dimensiones de la columna.
- B_x, b_y , son las dimensiones del tronco de la columna que sirve para nivelar. Se extiende hasta el nivel de la capa aisladora, de ahí para arriba empieza a desarrollarse toda la superestructura. Además, constructivamente sirve como sustento del encofrado de la columna. Se le da, como mínimo, un ancho de 1" para c/lado de la columna (1" espesor fenólico).
- K_x, k_y es el vuelo de la columna.
- d es la altura útil como en vigas.
- h la altura total.
- L_x, L_y las dimensiones de la zapata.

La superficie de la base se calcula como

$$\frac{P}{\bar{q}} = L_x L_y$$

Yo puedo por ejemplo darle a la base una dimensión mayor a la que obtengo de cálculo, para no hacer trabajar al suelo a su presión máxima. Obviamente que ese aumento en la superficie de la base debe seguir verificando las relaciones establecidas para garantizar que la base se comporta como rígida. La presión real de trabajo entonces se calcula:

$$q = \frac{P}{L_x L_y} \leq \bar{q}$$

Diagrama de presiones

Cuando la excentricidad de la carga $e \leq L_x/6$, la verificación suele hacerse en el punto 5 de la figura ($p_5 \leq \bar{q}$).

$$q_{1,2} = \frac{P}{a_1 a_2} \left[1 \pm 6 \frac{e}{a_1} \right]$$

$$p_5 = \frac{3q_1 + q_2}{4} \leq \bar{q}$$

Si $e=0$, el diagrama es uniforme y $q_1=q_2$. Si $e=a_1/6$, $q_2=0$ y $q_1=4/3 \bar{q}$

Entonces, tengo que verificar 2 cosas, que $q_1 \leq 4/3 \bar{q}$, y que en el punto $p_5 \leq \bar{q}$.

Si la excentricidad $e > L_x/6$, parte de la base deja de ser superficie de contacto y la posibilidad de volcamiento es más probable. Según el código, puede aceptarse una superficie de contacto de la estructura de fundación con el terreno, como mínimo, del 50% de la superficie de la base, para solicitaciones que no producen excentricidades en forma permanente (viento), es decir que la excentricidad máxima admitida es $L_x/3$.

Bases centradas- condición resistente

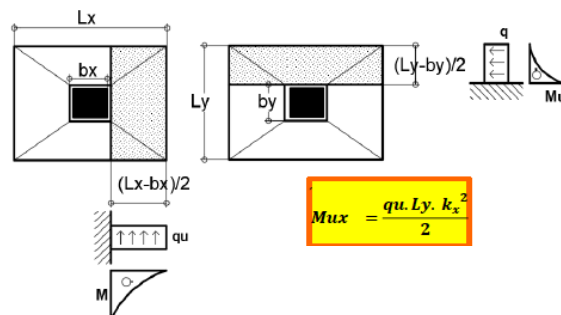
Vamos a determinar la superficie de la base, y nos resta fijar el valor del talón y de la altura de la fundación (h). Para eso tenemos que conocer las cargas a las que estará sometida la base. Se debe cumplir que:

$$\Phi R_n \geq \gamma Q_n$$

Φ vale 0.9 para flexión, y 0.75 para punzonado y corte.

Dimensionado a flexión

Cuando se dimensiona a flexión, es necesario verificar dos secciones críticas, que son el encuentro entre el vuelo de la zapata y el filo del tronco. Pensemos que la presión del suelo va a tener a empujar para arriba los vuelos de la base, y en esa unión va a tener a "rajarse", es decir, que los vuelos se comportan como ménsulas.



$$\text{donde } q_u = \frac{Pu}{L_x L_y}$$

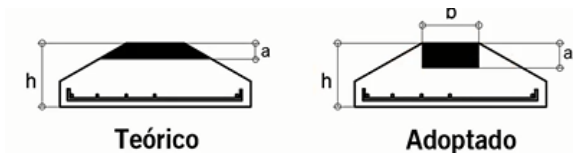
Al igual que en vigas y en losas, las piezas a flexión se dimensionan con cargas últimas. Por lo tanto, si bien la superficie de la zapata la sacamos con cargas de servicio, para dimensionar la zapata a flexión, se define un nuevo valor de carga que denominado presión ficticia, que es $q_u = P_u / s_{sup}$ adoptada. Es una presión del suelo que surge de trabajar con cargas mayoradas. Las bases siempre son simétricas, sino tengo que calcular la base a torsión.

Con las cargas mayoradas calculo el M_n , y luego calculo d como:

$$d_x = \sqrt{\frac{6.5 M_{n_x}}{b_x f'_c 1000}} \quad d_y = \sqrt{\frac{6.5 M_{n_y}}{b_y f'_c 1000}}$$

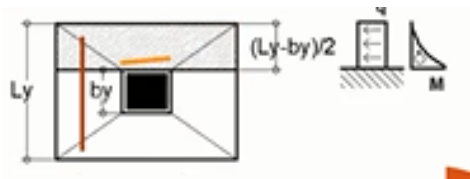
M_n en kNcm, b en cm y f'_c en Mpa. De los dos d , me quedo con el mayor. El talón se adopta como 1/3 de la altura h .

Sino directamente adopto un valor de d que verifique la condición de rigidez de $k < 2h$, y luego verifico que $k_a < 0.221$ (asi evito verificar deformaciones). Para eso necesito conocer m_n (con la misma formula que para vigas/losas) y lo tengo que calcular para las



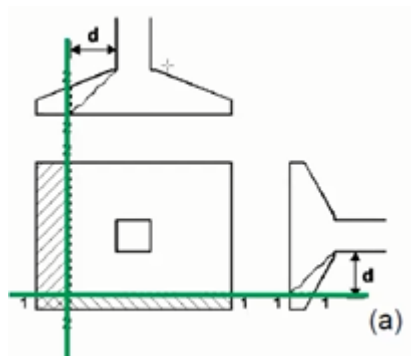
dos ménsulas que tiene la zapata. Se hace una simplificación conservadora y se toma como cabeza de compresión, un pedazo de zapata de altura “a” y ancho “b” igual al ancho del tronco de la columna.

El ancho del tronco varía de acuerdo a que ménsula estoy calculando, por ejemplo, para el caso de la imagen, el lado comprimido del tronco es el que está pintado de naranja:



Teniendo m_n , k_a etc etc saco la armadura.

Verificación al corte



$$V_{ux} \leq \Phi V_{cx} \quad V_{uy} \leq \Phi V_{cy}$$

El corte se verifica a una distancia “d” desde el filo de la columna. Puede suceder que la distancia d a la que tenga que calcular el corte, sea mayor que el vuelo de la base, eso quiere decir que no necesito verificar el corte porque no hay carga que me esté produciendo corte en esa sección.

No hay armadura de corte, el corte lo va a tomar el H°. La carga que produce el corte es la presión ficticia del suelo, por el largo de la base, por la diferencia entre el vuelo y la distancia d donde tengo que verificar el corte.

$$V_{ux} = q_u L_y (k_x - d_x)$$

$$V_{uy} = q_u L_x (k_y - d_y)$$

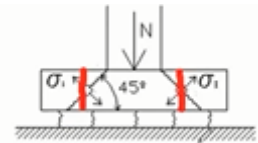
El área de H° que toma el corte va a ser:

$$\Phi V_{cx} = 0.75 \frac{1}{6} (b_w d_v \sqrt{f'_c})$$

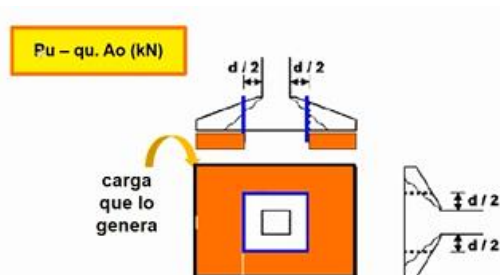
b_w es el ancho de la base comprendida entre las líneas a 45° que salen del tronco (pensar en una pirámide) y d_v es la altura de la zapata a esa distancia d del tronco. Puedo sacar todo con relación de triángulos.

Verificación de punzonado

Es la sollicitación más exigente que tienen estas bases, donde la columna intenta “perforar” a la base. Ese punzonamiento se da a 45°, con una forma tronco cónica. El código, para simplificar ese volumen, lo que hace es generar un “cubo” donde el ancho sale de tomar el promedio de las fisuras a 45°.



La carga que produce el punzonado, es la reacción del suelo aplicada en un área igual a la superficie de la base, menos rectángulo medido a d/2 del filo del tronco de columna.



$$P_u - q_u A_0 \leq 0.75 Y F b_0 \frac{\sqrt{f'_c}}{12} \text{ (kN)}$$

– A_0 : área de la base encerrada por el perímetro crítico en cm^2 .

– b_0 : perímetro crítico en cm

– F : mínimo ente F_1 y F_2 .

– Y : coef de reducción perímetro punzonado.

$F_1=4$ para $L_x/L_y < 2$ y $F_2=\alpha s*d*b_0+2$ para $L_x/L_y > 2$. αs sale de una tabla. 40 para bases centradas.

Ponele que no me verifica, en ese caso ponele puedo aumentar las dimensiones del tronco, o aumentar la altura de la zapata, o quizás tengo que modificar los 2 parámetros. También puedo aumentar el talón. El punzonado tampoco lleva armadura, es muy complicado colocarla y además la diferencia de carga de rotura con y sin A° es menor al 10%.

Verificación de cuantía mínima

Para voladizos con alas traccionadas y $f'_c < 30$ Mpa, $A_s \text{ min} \geq 2*1.4*b_w*d/f_y$.

Contrapiso de limpieza

Siempre conviene hacer un H° pobre que además de servir como nivelación, garantiza el recubrimiento de la armadura, evitando tener que poner H° costoso de buena calidad.

3. Corte y punzonado, corte a una distancia d del tronco y punzonado a $d/2$ de cada lado, pero ojo que para un lado tengo el EM, es decir que el área que produce el punzonado es menor, acá si se nota la excentricidad. $Y=0.75$ y $\alpha=30$ en bases excéntricas, $Y=0.50$ y $\alpha=20$ en bases de esquina.
4. Verificación al deslizamiento, por acción de la fuerza de fricción F .

Verificación al deslizamiento

Suelos sin cohesión

$$(N + P)tg \varphi_d \geq \gamma_2 H$$

Suelos cohesivos

$$A C_d \geq \gamma_2 H$$

- φ_d : $2/3 \varphi$ ángulo de rozamiento interno (minorado).
- C_d : 0.5 valor de cálculo de la cohesión
- A : superficie de la base.
- γ_2 : coeficiente de seguridad al deslizamiento. Se adopta 1.5 o mayor.
- N y H : esfuerzo normal y esfuerzo cortante en la cara superior de la base.

¿Por qué se limita el valor de carga para bases excéntricas?

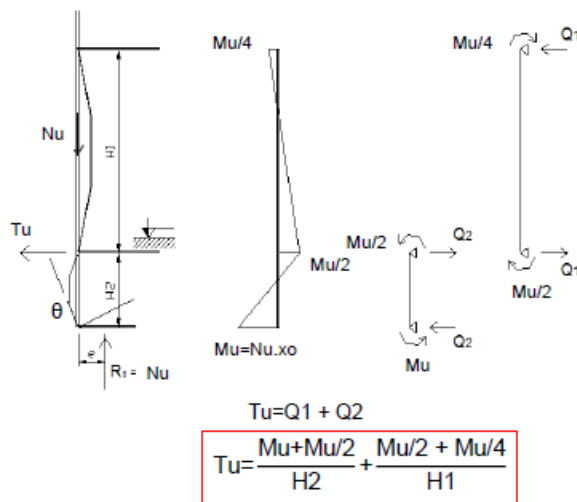
Porque se genera una transmisión de momento desde la base hacia la columna, por la excentricidad entre las resultantes de carga. El código no tiene ninguna restricción acerca de la carga que puede aplicarse en este tipo de bases, es más bien un límite que sale de la practica y la experiencia.

Bases aisladas excéntricas con tensor

Como estamos limitando la carga que puede tomar una base excéntrica aislada, para poder tomar más carga, una alternativa es agregarle un tensor. Estas bases pueden tomar de 400 a 600 kN. Básicamente se vincula a la base excéntrica con una base centrada.

El tensor trabaja a tracción pura, sin rigidez a flexión, y toma parte del momento por la excentricidad $M=Ne$. La otra parte la toma el par producido por la fuerza de fricción F .

Una de las grandes ventajas es que este sistema permite tener bases con diferente profundidad de fundación, y la desventaja principal es que estamos haciendo un elemento



de $H^\circ A^\circ$ para que tome tracción. Voy a tener que tener mucho cuidado con el recubrimiento, el aislamiento hidrofugo del tensor, el H° se va a fisurar. Es una solución que puede andar en viviendas o en edificios de 3 pisos, pero para construcciones mas grandes ya no es una buena alternativa. Hago lo mismo que para base excéntrica, fijo yo los valores de momento en el extremo de la columna y en la unión de la columna con el tensor. Las secciones críticas son, la

unión de la columna con el tensor y donde el tronco se transforma en zapata. Las verificaciones necesarias son:

- Para la columna y el tronco, debo verificarlos a flexo-compresión.
- En la base, flexión, corte, punzonado y deslizamiento.
- En el tensor, ductilidad.

El objetivo al dimensionar el tensor, es que el mismo se fisure lo menos posible, para garantizar la ductilidad de la pieza. Por eso, tengo que averiguar para que valor de sección se produce la primera fisura del tensor, igualando $P_{cr} = f_{ct} \cdot A_H = T_u$. Sabiendo que f_{ct} es un 10% de lo que el H° resiste a compresión, despejo A_H .

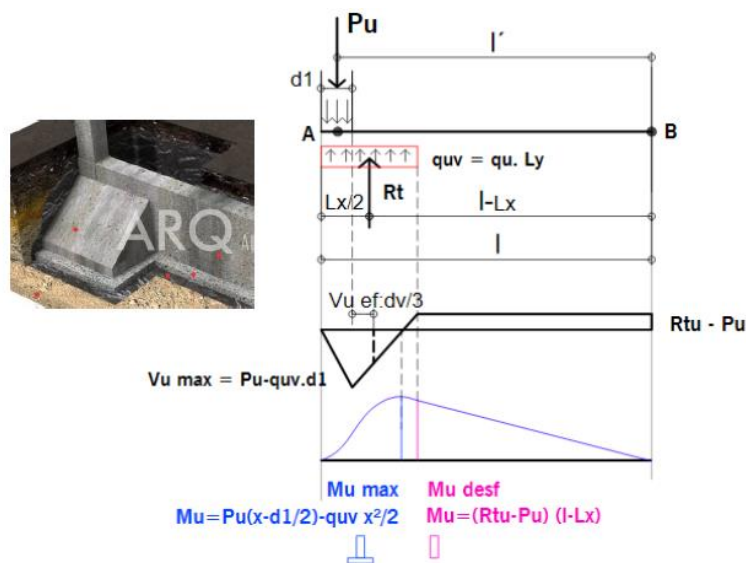
Cuando se produzca la primera fisura de la pieza, toda la carga absorbida por el H° será transferida en forma repentina al acero. La sección de acero necesaria puedo despejarla de la condición resistente $P_u \leq 0.90 A_s f_y$. Por último, el reglamento exige que verifique la condición de fisuración, que es hacer cumplir una fórmula que calcula una fisura y la misma tiene que ser menor a 0.3 mm.

Constructivamente también tiene sus dificultades, como, por ejemplo, las barras tienen que ser perfectamente rectas para entrar en carga desde un comienzo, el tensor necesita estribados, hay que ser cuidadoso con los recubrimientos, etc. Todas estas cosas hacen que esta alternativa sea polémica.

Viga Cantilever

Una viga Cantilever es una viga de gran rigidez que vincula la columna medianera con otra interior, de manera que tome el momento producto de la excentricidad de la carga de la columna y la reacción del suelo. Permite tomar más carga que las excéntricas vinculadas con tensor.

El esquema de funcionamiento es el de una viga simplemente apoyada en las columnas, sometida a la carga de reacción del suelo en la zapata. No hay transmisión de presiones del suelo sobre la viga y tampoco hay transmisión de momento en B (articulado).



Cuando dimensionamos, vamos a tener que verificar la sección de H° comprimida con el momento desfavorable, porque si bien no es el mayor, el cambio de sección es muy

brusco. La base deja de existir y paso a tener una viga rectangular cuando antes tenía una viga placa.

En cambio, las armaduras van a calcularse con el momento máximo (como hacemos siempre) para que no me falten cm^2 .

Dimensionado

- Zapata: superficie de contacto, hz, A_s flexión, A_s repartición y verificación al corte y rigidez.
- Viga: bw,h, A_s flexión, A_s corte y A_s de piel o fisuración.

Dimensionado de superficie de contacto

Como ahora la resultante del suelo no es igual al P_u , si no conozco $R_t \rightarrow$ no conozco la dimensión de la base \rightarrow no conozco la posición de $R_t \rightarrow$ no conozco $e \rightarrow$ no conozco el momento. Para salir de este problema, se supone un valor de R_t un % mayor que la carga de P_u de la columna. Lo divido por la superficie del suelo, y saco una superficie de base "provisoria". Conociendo las dimensiones de la base, si puedo conocer la posición de R_t , entonces, tomando momento desde B, puedo conocer el valor posta de R_t para el lado de la base que a mi me pinto poner.

Ahora si a ese valor de R_t , lo divido por la presión del suelo, saco la superficie de contacto que satisface esa expresión, y ese será el valor de la base excéntrica necesario. Ahora al lado que me condicionaba la ubicación de R_t no puede variar, sino para que tomé momento respecto a B. Si cambia el otro lado de la base.

Como criterio, conviene tomar un lado de la base de 1/3 de la longitud total entre las columnas. Acá sigue siendo necesario verificar la relación de L mayor 2.5 a 3 L menor.

Armaduras a flexión

ARMADURAS A FLEXION

Armadura principal:
Momento al filo de la viga.



La A_s flexión va solo en los vuelos perpendiculares a la viga, porque justamente en la dirección de la viga, quien toma el momento es la Cantilever. $\rho_{\min} = 0.0018 A_s \text{ rep} = 20\% A_s$ (min $8\Phi 25$)

Ancho de la viga

Mínimo tengo que tomar el ancho del tronco de la columna que trae la carga. La columna central a donde va a parar la viga, no me interesa. Puedo hacerla más ancho, pero nunca más agosta porque si no habría parte de la carga que pasa directo a la base y no la absorbe la viga.

Altura de la viga

Se predimensiona arrancando por el corte. Conviene tomar un valor de V_n promedio entre la zona 1 y 2, si tomo solicitaciones altas la viga será bajita, pero con una densidad de estribos muy grande, y si tomo solicitaciones bajas, para que el corte lo absorba el H° , las dimensiones de la viga van a ser muy grandes.

$$V_n = 0.5 (V_{n1} + V_{n2})$$

Con ese valor de altura que obtenga, voy y calculo la viga a flexión. El corte efectivo se toma a $d/3$, porque por ahí alejándome una distancia d es mucho, y como es una sola viga, no da ratonear. Suelen llevar E° de 2 ramas, porque $bw > 40 \text{ cm}$.

$$S_{max} \leq \frac{\pi}{2} L \rightarrow \text{puedo suponer diagrama de presiones lineal}$$

Para voladizos, la condición de rigidez se reduce a $\pi/4$. S es la separación entre columnas.

Si me da que es rígida, joya, calculo todo como hasta ahora. Pero si es flexible, tengo que aplicar otra teoría, que es simular la viga como si estuviera apoyada sobre resortes.

Bases combinadas

Son bases a las que llegan dos columnas, ya sea por la magnitud de las cargas, porque las columnas están muy cerca, o cuando las columnas están muy cerca como para usar una Viga Cantilever. Las bases combinadas pueden clasificarse según la ubicación de la columna en bases sin limitaciones laterales o con limitación lateral.

Siempre es positivo generan un voladizo porque reduce el pico de presiones. Son voladizos de 30,40 cm, porque si lo hago de 1 m ya va a ser contraproducente.

Bases combinadas sin limitación de lados

Vamos a buscar de que sea rígida y que el centro de presiones coincida con el baricentro de la masa de H°. Con eso logro que el diagrama de presiones sea constante, evitando distorsiones angulares.

Para hacer eso tomo momento respecto de una de las columnas, calculo donde está la resultante de presiones y construyo la base para que $P=G$.

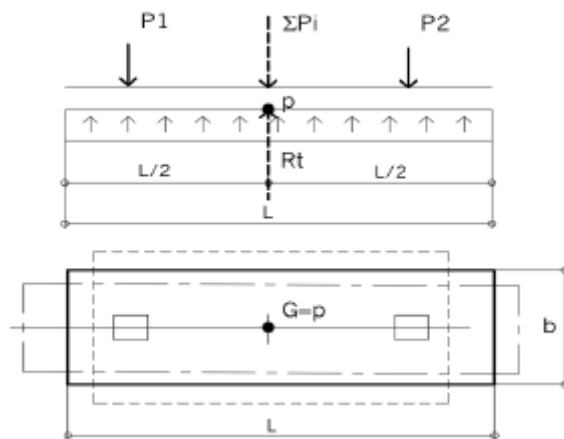
Si G y P no coinciden, tendré un diagrama lineal pero no constante. Tengo que verificar que esa excentricidad no supere $1/6$ de la longitud de la base, es decir, tengo que garantizar que toda la superficie de la base esté en contacto con el suelo.

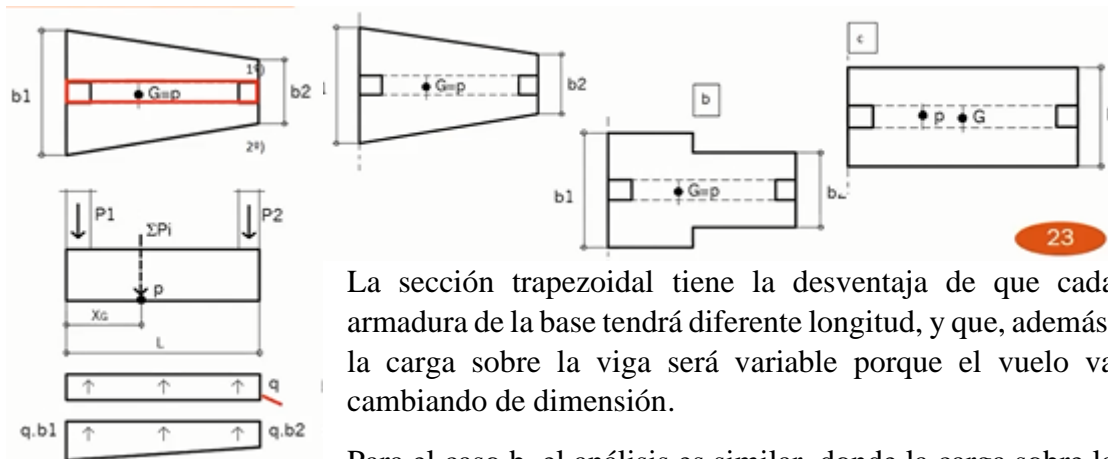
Una vez determinado el largo, saco la superficie de contacto necesaria y despejo el ancho de la base "b". Tendré que chequear la rigidez transversal de la zapata.

A diferencia de lo que sucede con las vigas de fundación, acá el momento entre columnas si depende de la distancia entre ellas. Para las vigas de fundación, el momento solo dependía de la excentricidad de las resultantes de carga.

Base combinada con limitación de lados

Si la carga del eje medianero es menor que la carga de la columna que está en el medio, la resultante estará más próxima a la columna central, y es lo que quiero para poder darle a la base la forma necesaria y que $P=G$. Ahora, si la mayor carga se da en la columna contra el EM, el centro de presiones va a estar más cerca del EM y como tengo la limitación de que no les puedo hacer voladizo, para seguir cumpliendo con la idea de que $G=P$, lo que puedo hacer son bases del tipo trapezoidal o con sección variable.





La sección trapezoidal tiene la desventaja de que cada armadura de la base tendrá diferente longitud, y que, además, la carga sobre la viga será variable porque el vuelo va cambiando de dimensión.

Para el caso b, el análisis es similar, donde la carga sobre la viga tendrá un escalón de carga por la variación brusca del vuelo de la zapata.

Si elijo la opción c, voy a tener cargas lineales en la base y en la viga. De las 3 opciones, la más sencilla es la c.

Base continua

Son fundaciones de gran longitud comparada con su sección transversal, y se usan como base de muro o alineaciones de 3 o más columnas. Se usan cuando se busca homogeneizar los asientos de una línea de columna, cuando interesa reducir las presiones de trabajo.

El cálculo es muy complejo, arrancando por determinar el sistema suelo- cimiento. **Acá no es válido el concepto de sólido en equilibrio.** Se modela una viga sobre apoyos elásticos, donde la constante de cada resorte está representada por el módulo de balasto del suelo, y la distancia entre esos resortes tiende a cero.

Para el cálculo se usa el método de Winkler, que se basa en considerar una viga como “viga flotante” o “viga sobre fundación elástica”. Las hipótesis del método son:

- En una construcción elástica, las deformaciones son del mismo orden que los asentamientos del suelo. (coincidencia entre curva elástica de la fundación con la curva de asentamiento del suelo).
- El suelo se deforma según una ley lineal, por lo que vale el principio de superposición.
- La deformación en un punto $y(x)$ depende exclusivamente de la presión aplicada en ese punto $p(x) \rightarrow p(x)=K*y(x)$.
- Las cargas sobre la viga varían al deformarse la viga.
- Las columnas descienden con la fundación. No es posible considerar la base como una viga cargada con la reacción del terreno.

La deficiencia de este método es que los puntos no cargados también asientan por influencia de los cargados, a contraposición de la hipótesis que asume. Si aplicamos Winkler, vamos a sacar la presión con la ecuación de $k*y$, y luego esa presión deberá ser menor a la presión admisible del suelo.

Plataformas o losas de cimentación

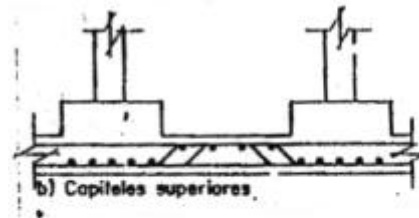
En este sistema, todas las columnas de la estructura transmiten las cargas al suelo a través de un único elemento.

La sección transversal de la platea puede ser un conjunto losa-viga (nervurada) o directamente una losa llena. Se recomienda cuando:

- Suelos de baja capacidad portante o con posibilidad de asentamientos diferenciales.
- Grandes cargas.
- El 60-70% de la superficie del edificio está ocupado por bases.
- Para evitar la napa freática (excavación poco profunda).

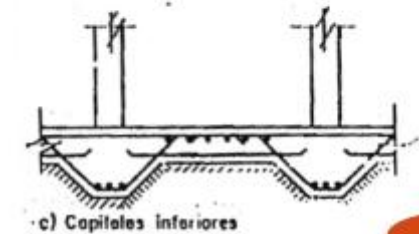
Losas con capiteles

Se pueden usar para aumentar el espesor de la losa solo bajo las columnas, mejorando la resistencia a flexión y a corte. Los capiteles pueden ser superiores o inferiores.



Losas nervuradas

Es lo mismo que en las losas de entrepiso. Los nervios principales van debajo de las columnas. De todas maneras, todo lo que requiera mucha mano de obra, está cada vez más en desuso.



Losa alivianada

Es una evolución de las nervuradas, donde se usan encofrados perdidos para disminuir el peso del elemento.

Losas llenas

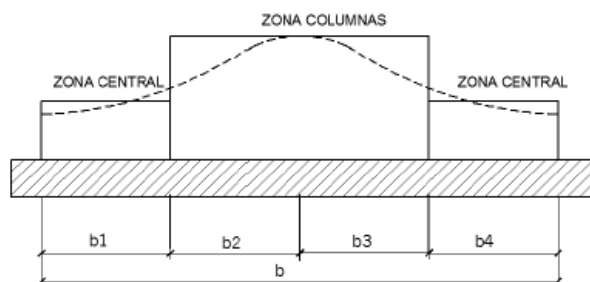
Alguna de sus ventajas son la simplicidad constructiva, porque no necesitan encofrado, el volumen de excavación es menor, mejor eficiencia en la aislación hidrofuga comparada con otros tipos de plateas, etc.

Dimensionado de la losa llena

Es posible diseñarla de manera que se comporte como rígida. Y al igual que en las zapatas, voy a buscar que el centro de presiones coincida con el baricentro de la platea. Acá el punzonado es la sollicitación más crítica, como en bases aisladas. Los esfuerzos pueden determinarse tomando un emparrillado de vigas en las dos direcciones (método simplificado). La losa tendrá un espesor tal que la longitud elástica verifique el comportamiento rígido de la flexión. Puedo predimensionar arrancando con:

- Losa sin refuerzo: $h=30 \text{ cm} + 10 \cdot l_c$ (luz entre columnas)
- Losa con refuerzo: $h=8 \cdot l_c$ (luz entre columnas)

Una vez determinado el espesor de la losa, voy a obtener los momentos de cada faja de la losa. Pero, en el ancho de la faja, el momento no es uniforme, será mayor en coincidencia con el eje de columnas. Si bien la variación no es lineal, para simplificar se divide el ancho de la faja en 4 sectores iguales de momento constante:

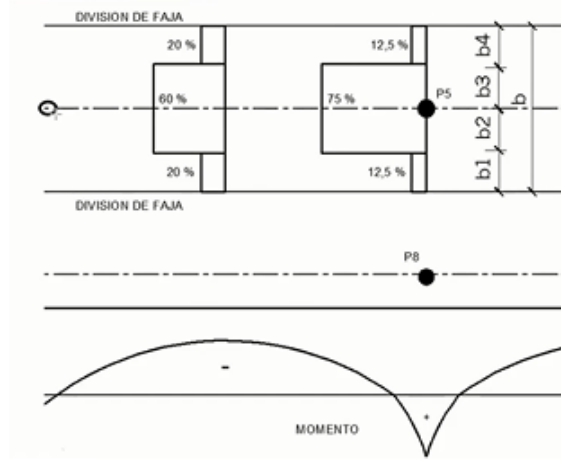


La armadura se determina como:

En la zona bajo la columna, las dos partes centrales, absorben el 75% del momento que me dio de cálculo, y el 25% los cuartos restantes.

El momento entre columnas, es absorbido en un 60% por los cuartos del medio, y los cuartos de borde toman 20% c/u.

Pensemos que dentro de una misma faja vamos a tener diferentes valores de A_s , y a su vez estos valores varían entre fajas. Parte del problema de diseño, es elegir que densidad de armaduras pongo en cada sector de la platea, y cuantas separaciones y diámetros diferentes adopto.

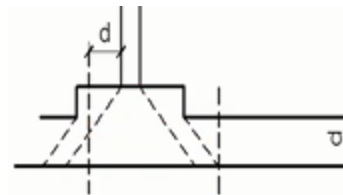


Verificación de la altura de losa llena

En una losa la verificación de corte no es necesaria generalmente, pero la de punzonamiento siempre la tengo que verificar, sí o sí. Tengo que garantizar que el espesor elegido verifique con todas las columnas que llegan a la platea. Si pone solo una no me verifica, puedo hacer un capitel, o sino aumento el espesor de toda la losa.

$$P_u - q_u A_0 \leq 0.75 Y F b_0 \frac{\sqrt{f'_c}}{12} (kN)$$

Si hago refuerzo, además de verificar el punzonado de la columna en la altura total de la losa, tengo que verificar el punzonado del capitel con la losa de menor espesor.



Cimentaciones profundas: pilotes

Las cimentaciones profundas se usan cuando el plano firme no es alcanzable con zapatas o pozos (profundidades > 5 m). otros motivos para usar pilotes son:

- Cuando se quieren reducir los asentamientos diferenciales.
- La presencia de napa o dificultades en la excavación impiden la ejecución de cimentaciones superficiales.
- En suelos arcillosos o arcillas expansivas (pilotes por fricción).
- Las cargas son muy grandes y concentradas.

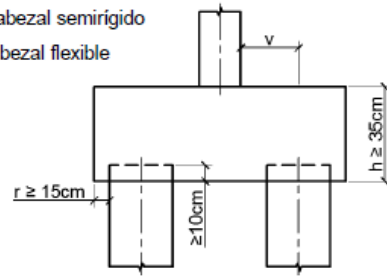
En caso de que el estrato firme este a más de 25 m de profundidad deberán estudiarse alternativas como mejora del terreno con compactación dinámica, consolidación del terreno o cimentación compensa.

Cabzal de pilotes

La transición entre las columnas y los pilotes, se realiza a través de un elemento de $H^{\circ}A^{\circ}$ que une la cabeza de uno o varios pilotes para que trabajen en conjunto. El cabzal (idealmente) debe tener un comportamiento rígido de manera que la carga de la columna se distribuya de manera homogénea, y así todos los pilotes tengan la misma carga.

La dimensión en planta del cabezal, surge de respetar ciertos valores de separación entre ejes de pilote (e) y recubrimiento (r).

- Si $v < 0.5 h$ → Cabezal rígido
- Si $0.5 h \leq v \leq 1.5 h$ → Cabezal semirígido
- Si $v > 1.5 h$ → Cabezal flexible



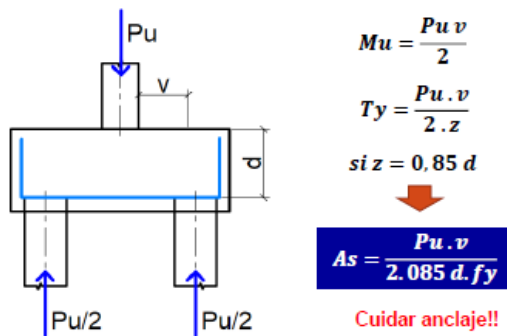
La altura del cabezal en relación al vuelo del mismo, determinará si el mismo se comporta como rígido o flexible.

Esfuerzos a considerar- cabezal de 2 pilotes

Se dimensiona rígido para no tener que poner E° . Se calcula usando el modelo de bielas y tirantes. Dicho sistema es aplicable para ángulos entre las bielas de 45° . Si el ángulo es menor a 40° , conviene considerar el cabezal como flexible.

En caso de que sea flexible, para no tener que poner estribos, hay que verificar que el H° absorba todo el esfuerzo de corte $V_n = V_c$.

La armadura del cabezal se determina a flexión:



Por último debe verificarse el cabezal al punzonado, donde $V_c \leq \sqrt{f'c}$ bo $d/3$. Las secciones críticas son la columna y el pilote en forma individual. Si no me da, el término a cambiar es d.

Se disponen E° verticales y horizontales para cubrir tracciones en toda la altura del cabezal. Deben ser $1/3$ de la A_s y $\geq 1\%$ de la sección de H° .

Ademas, se coloca un armadura del 10% de la principal en la cara superior del cabezal, por si llegan a aparecer esfuerzos de torsión.

Si tengo 3 o más pilotes, se plantea el modelo de bielas y tirantes desde la columna a cada pilote.