PRIMER PARCIAL DE ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA (28 – 09 – 2020)

APELLIDO Y NOMBRE:	Nota:
CARRERA:	Reg.Nº:

1. Hallar todos los $z \in \mathbb{C}$ que verifiquen lo pedido en cada inciso:

   a) $Im\,(i \cdot z) - (Re\,(z))^2 = 0$ y $Im\left(\frac{2-3i}{2i}\right) + Im\,(z) = 2.$

   b) $i^{42} \cdot z^3 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{16} = i.$

2. Graficar en el Plano Complejo la región de todos los $z \in \mathbb{C}$ que verifican simultáneamente las siguientes condiciones:

$$\left\|z^2\right\| \leq 4 \quad ; \quad Im\,(i \cdot z) > \frac{1}{2} \quad y \quad Arg\,(z) \leq \frac{\pi}{4}$$

¿$z = 1 + i$ pertenece a la región? Justificar analíticamente.

3. Hallar, en cada inciso, todas las raíces del polinomio $P\,(X)$. Justificar cada respuesta.

   a) $P\,(X) = X^4 + \frac{1}{2}X^3 + \frac{3}{2}X^2 + X - 1.$

   b) $P\,(X) = (X^3 + (-2-2i)\,X^2 + (1+4i)\,X - 2i) \cdot (X + 2i)$, donde $P\,(X) \in \mathbb{R}[X]$.

4. Hallar, en caso de existir, $a \in \mathbb{R}$ sabiendo que $P\,(X) = a \cdot X^4 - 2X + 2$ y $Q\,(X) = 3X^3 - 2$ tienen el mismo resto al dividir por $X + 2$.

Todas las respuestas deben estar justificadas.
Indicar número de hojas entregadas sin contar el enunciado.