EXAMEN FINAL DE ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA (13/03/2026) – Prof. Natalia Abad Santos

APELLIDO Y NOMBRE: [redacted]	NOTA: 4
E-MAIL: [redacted]	REG. Nº:

1. Hallar todos los valores $a \in \mathbb{R}$ para los cuales el polinomio $P(X) = 2a^2x^3 + 3ax^2 - 2$ es divisible por $x - 1$ y sólo posee raíces reales.

2. (a) Sean $L_1 : \frac{x}{4} = \frac{y-1}{-4} = z + 2$, $\qquad L_2 : \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x - z + 1 = 0 \end{cases}$,

   i. Determinar si L_1 y L_2 son coplanares o alabeadas.

   ii. Hallar un plano que contenga a L_1 y sea paralelo a L_2.

   (b) Hallar la proyección ortogonal del punto $P(5, -3, 5)$ sobre el plano $\pi : 2x - y + 3z = 0$.

3. Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, **justificando la respuesta**.

   (a) Si $A, B \in M_3(\mathbb{R})$, con $det(A) = 2$ y $det(B) = 3$ entonces $det[(2.A^{-1}.B^T)^{-1}] = \frac{1}{3}$.

   (b) El conjunto $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq 0\}$ es un subespacio de $\mathbb{R}^3$.

   (c) El área del triángulo de vértices $(1, 2, 3)$, $(-1, 0, 4)$ y $(3, 1, 1)$ es 19.

4. (a) Decir si existe una transformación lineal $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tal que $T(1, 2) = (-3, 4)$, $T(1, 1) = (-1, 3)$ y $T(-1, 1) = (-3, -1)$. En caso afirmativo, hallar su forma general.

   (b) Sea $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ la transformación lineal que a cada punto del Espacio le hace corresponder su simétrico respecto de la recta $L : \begin{cases} y + 3z = 0 \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$. Usando una base adecuada, hallar $[T]_C$.

5. Dada la cónica

$$5x^2 + 4xy + 8y^2 + 12x - 3 = 0$$

hallar un sistema de coordenadas ortogonal en el cual la ecuación de la cónica tenga forma canónica. Luego clasificarla y dibujarla **en el sistema** (O, XY).

6. Clasificar y graficar la siguiente cuádrica:

$$x^2 + 2y + z^2 = 0.$$

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS Firmar la última hoja